

专题一 数与式

中考要求：

实数：借助数轴理解相反数、倒数、绝对值的意义及性质；掌握实数的分类、大小比较及混合运算；会用科学记数法、有效数字、精确度确定一个数的近似值；能用有理数估计一个无理数的大致范围。

代数式：了解整式、分式、二次根式、最简二次根式的概念及意义；会用提公因式法、公式法对整式进行因式分解；理解平方根、算术平方根、立方根的意义及其性质；根据整式、分式、二次根式的运算法则进行化简、求值。

考查方式：本专题内容在中考中涉及数轴、相反数、绝对值等概念，多以填空题、选择题的形式出现。科学记数法、近似数和有效数字往往与生产生活及科技领域中的实际问题相联系，具有较强的应用性，是中考的热点。关于代数式的概念与运算，往往是单独命题，试题以填空题、选择题及计算题的形式出现，试题难度为中、低档。试题设计有的带有开放探索性，覆盖面广，常常以大容量、小综合的形式考查灵活运用知识的能力。

备考策略：

1. 夯实基础，理清考点。
2. 对课本中的典型和重点题目做变式、延伸。
3. 注意一些跨学科的常识，加强学科整合。
4. 关注中考的新题型。
5. 关注课程标准中新增的目标。
6. 探究性试题的复习步骤：

- (1) 纯数字的规律探索.
- (2) 结合平面图形探索规律.
- (3) 结合空间图形探索规律,
- (4) 探索规律方法的总结.

第 1 课时 实数的概念

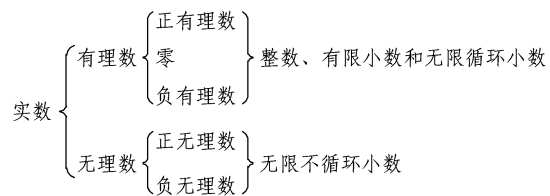
课时核心问题：

数系的扩张及实数相关概念的理解应用.

聚焦考点☆温习理解

一、实数

1. 有理数：_____，它包括_____、_____.
2. 无理数：_____.
3. 实数及分类：



注意：在理解无理数时，要注意“无限不循环”，归纳起来有四类：

- (1) 开方开不尽的数，如 $\sqrt{3}$ ， $\sqrt[3]{2}$ 等；
- (2) 有特定意义的数，如圆周率 π ，或化简后含有 π 的数，如 $\frac{\pi}{3}+2$ 等；
- (3) 有特定结构的数，如 0.1010010001... 等；
- (4) 某些三角函数，如 $\sin 60^\circ$ 等.

二、绝对值

一个数的绝对值指的是表示 _____

_____.

几何意义：一般地，数轴上表示_____

_____叫做数 a 的绝对值，记作 $|a|$.

代数意义：

(1) 正数的绝对值是_____；

(2) 负数的绝对值是_____；

(3) 零的绝对值是_____.

也可以写成：

$$|a| = \begin{cases} a(a > 0) \\ 0(a = 0) \\ -a(a < 0) \end{cases} .$$

说明：

(1) $|a| \geq 0$ ，即 $|a|$ 是一个非负数；

(2) $|a|$ 概念中蕴含分类讨论思想；

(3) “| |”有括号的作用.

三、相反数

_____叫做互为相反数. 零的相反数是零.

从数轴上看，互为相反数的两个数所对应的点关于原点对称. 若 a 与 b 互为相反数，则 $a + b = 0$ ，反之也成立.

四、倒数

如果 a 与 b 互为倒数，则有 $ab = 1$ ，反之亦成立. 倒数等于本身的数是 1 和 -1 . 零没有倒数.

五、平方根

如果一个数的平方等于 $a(a \geq 0)$, 那么这个数就叫做 a 的平方根 (或二次方根). 一个正数有两个平方根, 它们互为相反数; 零的平方根是零; 负数没有平方根. 正数 a 的平方根记作“ $\pm\sqrt{a}$ ”. 正数 a 的正的平方根叫做 a 的算术平方根, 记作“ \sqrt{a} ”.

正数和零的算术平方根都只有一个, 零的算术平方根是零.

$$1. \sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a(a \geq 0) \\ -a(a < 0) \end{cases}.$$

2. $\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 的联系:

$\sqrt{a^2}$ 在任何情况下都为 $|a|$, $(\sqrt{a})^2 = a$ 只有当 $a \geq 0$ 时才成立.

$$3. a\sqrt{b} = \begin{cases} \sqrt{a^2b} (a > 0) \\ -\sqrt{a^2b} (a < 0) \end{cases}.$$

六、立方根

如果一个数的立方等于 a , 那么这个数就叫做 a 的立方根 (或 a 的三次方根). 一个正数有一个正的立方根; 一个负数有一个负的立方根; 零的立方根是零.

注意:

(1) $\sqrt[3]{-a} = -\sqrt[3]{a}$, 说明三次根号内的负号可以移到根号外面;

(2) $\sqrt[3]{a^3} = (\sqrt[3]{a})^3$.

典例解析

考点一、实数的分类

【例 1】下列实数是无理数的是 ().

A. $\sqrt{2}$

B. 1

C. 0

D. -1

听课记录:

【举一反三】

1. 下列四个实数中, 是无理数的是 ().

A. 0

B. -3

C. $\sqrt{8}$

D. $\frac{3}{11}$

2. 下列选项中, 属于无理数的是 ().

- A. 2 B. π
C. $\frac{3}{2}$ D. -2

3. 下列各数： $\frac{22}{7}$ ， π ， $\sqrt[3]{8}$ ， $\cos 60^\circ$ ，0， $\sqrt{3}$ ，其中无理数的个数是（ ）.

- A. 1 B. 2
C. 3 D. 4

考点二、绝对值

【例 2】 $|-2|$ 等于（ ）.

- A. 2 B. -2
C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

听课记录：

【举一反三】

2 的绝对值是（ ）.

- A. ± 2 B. 2
C. $\frac{1}{2}$ D. -2

考点三、相反数

【例 3】 5 的相反数是（ ）.

- A. 5 B. -5
C. $\frac{1}{5}$ D. $-\frac{1}{5}$

听课记录：

【举一反三】

1. 2014 的相反数是 ().

- A. 2014 B. -2014
C. $\frac{1}{2014}$ D. $-\frac{1}{2014}$

2. $-\frac{1}{5}$ 的相反数是 ().

- A. $\frac{1}{5}$ B. $-\frac{1}{5}$
C. 5 D. -5

考点四、倒数

【例 4】 $-\frac{1}{2}$ 的倒数是 ().

- A. $\frac{1}{2}$ B. -2
C. 2 D. $-\frac{1}{2}$

听课记录：

【举一反三】

1. $\frac{1}{2}$ 的倒数是 ().

- A. 2 B. -2

C. $\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}$

2. $-\frac{1}{4}$ 的倒数是 () .

A. -4 B. 4

C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$

考点五、平方根

【例 5】化简 $\sqrt{100}$ 得 () .

A. 100 B. 10
C. $\sqrt{100}$ D. ± 10

听课记录：

【举一反三】

1. 一个数的算术平方根是 2，则这个数是_____.

2. $\sqrt{81}$ 的平方根是_____.

3. 若 $y = \frac{\sqrt{x-4} + \sqrt{4-x}}{2} - 2$ ，则 $(x+y)^y =$ _____.

4. 若实数 x, y 满足 $|x-4| + \sqrt{y-8} = 0$ ，则以 x, y 的值为等腰三角形的周长为_____.

5. 若 $a < 1$ ，化简 $\sqrt{(a-1)^2} - 1 =$ _____.

6. 若 $\sqrt{a^2 - 3a + 1} + b^2 + 2b + 1 = 0$ ，则

$a^2 + \frac{1}{a^2} - |b| =$ _____.

7. 设 $a = \sqrt{19} - 1$ ， a 在两个相邻整数之间，则这两个整数是_____.

第 2 课时 实数的计算

课时核心问题：

实数的灵活运算.

聚焦考点☆温习理解

一、实数大小的比较

1. 数轴：规定了_____、_____、_____的直线叫做数轴.（画数轴时要注意上述三要素缺一不可）解题时要真正掌握数形结合思想，理解实数与数轴上的点是一一对应的，并且能灵活运用.

2. 实数大小比较的几种常见方法.

(1) 数轴比较：数轴上的点所表示的数在右边的总比左边的大；

(2) 求差比较：设 a, b 为实数，有

$$a - b > 0 \Leftrightarrow a > b;$$

$$a - b < 0 \Leftrightarrow a < b;$$

$$a - b = 0 \Leftrightarrow a = b.$$

(3) 求商比较：设 a, b 为两正实数，有

$$\frac{a}{b} > 1 \Leftrightarrow a > b;$$

$$\frac{a}{b} < 1 \Leftrightarrow a < b;$$

$$\frac{a}{b} = 1 \Leftrightarrow a = b.$$

(4) 绝对值比较法：设 a, b 为两负实数，则

$$|a| > |b| \Leftrightarrow a < b.$$

(5) 平方比较法：设 a, b 为两负实数，则

$$a^2 > b^2 \Leftrightarrow a < b.$$

二、科学计数法和近似数

1. 有效数字：

一个近似数四舍五入到哪一位，就说它精确到哪一位，这时，从左边第一个不是零的数字起到右边精确的数位止的所有数字，都叫做这个数的有效数字.

2. 科学计数法：

把一个数写成 $\pm a \times 10^n$ 的形式，其中 $1 \leq a < 10$ ， n 是整数，这种计数法叫做科学计数法.

三、实数的运算

1. 加法交换律： $a + b = b + a$.

2. 加法结合律： $(a + b) + c = a + (b + c)$.

3. 乘法交换律： $ab = ba$.

4. 乘法结合律： $(ab)c = a(bc)$.

5. 乘法对加法的分配律： $a(b + c) = ab + ac$.

6. 实数的运算顺序：

先算乘（开）方，再算乘除，最后算加减，如果有括号，就先算括号里面的.

典例解析

考点一、实数的大小比较

【例 1】下列各数中，最大的数是 ().

A. 0

B. 2

C. -2

D. $-\frac{1}{2}$

听课记录：

【举一反三】

1. 下列各数中，最小的数是 () .

- A. 0 B. $\frac{1}{3}$
C. $-\frac{1}{3}$ D. -3

2. 在数1,0,-1,-2中，最小的数是 () .

- A. 1 B. 0
C. -1 D. -2

考点二、科学计数法与近似值

【例 2】“[着力扩大投资](#)，突破重点项目建设”是遵义经济社会发展的主要任务之一。据统计，遵义市 2014 年全社会固定资产投资达 1762 亿元，“1762 亿”这个数用科学计数法表示为 () .

- A. 1762×10^8 B. 1.762×10^{10}
C. 1.762×10^{11} D. 1.762×10^{12}

听课记录：

【举一反三】

1. 据统计，[2015 年河南](#)省旅游业总收入达到 3875.5 亿元。若将“3875.5 亿”用科学计数法表示为 3.8755×10^n ，则 n 等于 () .

- A. 10 B. 11
C. 12 D. 13

2. 将 6.18×10^{-3} 化为小数是 ().

- A. 0.000618 B. 0.00618
C. 0.0618 D. 0.618

3. 20140000 用科学计数法表示 (保留 3 位有效数字) 为 _____.

考点三、实数的运算

【例 3】 计算：

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + (\pi - 2014)^0 + \sin 60^\circ + |\sqrt{3} - 2| .$$

听课记录：

【举一反三】

1. 计算： $(-2)^2 + (-3) \times 2 - \sqrt{9}$.

2. 计算： $\sqrt{4} + (-1)^{2014} - 2 \sin 45^\circ + |-\sqrt{2}|$.

3. 计算： $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - |-2| + \sqrt{16} - (\sqrt{3} + 1)^0$.

第 3 课时 整 式

课时核心问题：

整式的相关概念及运算.

聚焦考点☆温习理解

一、单项式

1. 代数式.

用运算符号把数或表示数的字母连接而成的式子叫做代数式. 单独的一个数或一个字母也是代数式.

2. 单项式.

只含有数字与字母的积的代数式叫做单项式.

注意: 单项式是由系数、字母、字母的指数构成的, 其中系数不能用带分数表示. 例如, $-4\frac{1}{3}a^2b$ 就是错误的, 应写成 $-\frac{13}{3}a^2b$. 一个单项式中, 所有字母的指数的和叫做这个单项式的次数, 如 $-5a^3b^2c$ 是 6 次单项式.

二、多项式

1. 多项式.

几个单项式的和叫做多项式, 其中每个单项式叫做这个多项式的项, 多项式中不含字母的项叫做常数项, 多项式中次数最高项的次数为多项式的次数.

_____ 统称为整式.

用数值代替代数式中的字母, 按照代数式指出的运算计算出的代数式的结果, 叫做求代数式的值.

注意:

(1) 求代数式的值, 一般先化简再代入.

(2) 求代数式的值, 有时求不出具体字母的值, 此时需要利用技巧“整体”代入求值.

2. 同类项.

所含 _____, 并且 _____ 的项叫做同类项. 几个常数项也是同类项.

3. 去括号法则:

(1) 括号前是“+”，把括号和它前面的“+”号一起去掉，括号里各项都_____.

(2) 括号前是“-”，把括号和它前面的“-”号一起去掉，括号里各项都_____.

三、整式的运算法则

整式的加减法：(1) 去括号；(2) 合并同类项.

1. 幂的运算法则：

(1) 同底数幂相乘：

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n} \quad (m, n \text{ 都是整数}, a \neq 0).$$

(2) 幂的乘方：

$$(a^m)^n = a^{mn} \quad (m, n \text{ 都是整数}, a \neq 0).$$

(3) 积的乘方：

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n \quad (n \text{ 是整数}, a \neq 0, b \neq 0).$$

(4) 同底数幂相除：

$$a^m \div a^n = a^{m-n} \quad (m, n \text{ 都是整数}, a \neq 0).$$

2. 整式乘法.

(1) 单项式与单项式相乘，把_____

_____作为积的因式，只在一个单项式里含有的字母，连同它的指数一起作为积的一个因式.

(2) 单项式乘多项式：

$$m(a+b) = ma + mb.$$

(3) 多项式乘多项式：

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd.$$

3. 乘法公式.

(1) 平方差公式：

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2.$$

(2) 完全平方公式：

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

4. 整式的除法：

(1) 单项式除以单项式：

法则：_____

(2) 多项式除以单项式：

法则：_____

注意：

(1) 单项式乘单项式的结果仍然是单项式.

(2) 单项式与多项式相乘，结果是一个多项式，其项数与因式中多项式的项数相同.

(3) 计算时要注意符号问题，多项式的每一项都包括它前面的符号，同时还要注意单项式的符号.

(4) 多项式与多项式相乘的展开式中，有同类项的要合并同类项.

(5) 公式中的字母可以表示数，也可以表示单项式或多项式.

(6) $a^0 = 1(a \neq 0)$, $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$ ($a \neq 0, p$ 为正数).

(7) 多项式除以单项式，先把这个多项式的每一项除以这个单项式，再把所得的商相加. 单项式除以多项式是不能这么计算的.

典例解析

考点一、整式的加减运算

【例 1】下列计算正确的是 ().

A. $2x - x = x$

B. $a^3 \cdot a^2 = a^6$

C. $(a - b)^2 = a^2 - b^2$

D. $(a + b)(a - b) = a^2 + b^2$

听课记录：

【举一反三】

已知 $x^2 - 2 = y$ ，则 $x(x - 3y) + y(3x - 1) - 2$ 的值是 ().

A. -2

B. 0

C. 2

D. 4

考点二、同类项的概念及合并同类项

【例 2】下列各式中，与 $2a$ 是同类项的是 ().

A. $3a$

B. $2ab$

C. $-3a^2$

D. a^2b

听课记录：

【举一反三】

下列运算正确的是 ().

- A. $2a^2 + a = 3a^3$ B. $(-a)^2 \div a = a$
C. $(-a)^3 \cdot a^2 = -a^6$ D. $(2a^2)^3 = 6a^6$

考点三、幂的运算

【例 3】 下列运算正确的是 ().

- A. $a \cdot a^3 = a^3$ B. $(ab)^3 = a^3b$
C. $(a^3)^2 = a^6$ D. $a^8 \div a^4 = a^2$

听课记录 :

【举一反三】

1. 计算： $(ab)^2$ 的结果是 ().

- A. $2ab$ B. a^2b
C. a^2b^2 D. ab^2

2. 计算： $m^6 \cdot m^3$ 的结果是 ().

- A. m^{18} B. m^9
C. m^3 D. m^2

考点四、整式的乘除法.

【例 4】 计算： $3a \cdot (-2a)^2 = ()$.

- A. $-12a^3$ B. $-6a^3$
C. $12a^3$ D. $6a^2$

【例 5】 计算： $2x(3x^2 + 1)$, 正确的结果是 ().

- A. $5x^3 + 2x$ B. $6x^3 + 1$
C. $6x^3 + 2x$ D. $6x^2 + 2x$

听课记录 :

【举一反三】

1. 下列计算正确的是 () .

A. $x^4 \cdot x^4 = x^{16}$ B. $(a^3)^2 = a^5$

C. $(ab^2)^3 = ab^6$ D. $a + 2a = 3a$

2. 下列运算正确的是 () .

A. $2a^2 + a = 3a^3$ B. $(-a)^2 \div a = a$

C. $(-a)^3 \cdot a^2 = -a^6$ D. $(2a^2)^3 = 6a^6$

考点五、整式的混合运算及求值

【例 6】 先化简，再求值：

$a(a-3b) + (a+b)^2 - a(a-b)$ ，其中 $a=1, b=-\frac{1}{2}$.

听课记录：

【举一反三】

1. 下列计算中，正确的是 () .

A. $2a + 3b = 5ab$ B. $(3a^3)^2 = 6a^6$

C. $a^6 \div a^2 = a^3$ D. $-3a + 2a = -a$

2. 下列运算正确的是 () .

A. $(m+n)^2 = m^2 + n^2$

B. $(x^3)^2 = x^5$

C. $5x - 2x = 3$

D. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

3. 下列计算正确的是 () .

A. $(2a^2)^4 = 8a^6$ B. $a^3 + a = a^4$

C. $a^2 \div a = a$ D. $(a-b)^2 = a^2 - b^2$

4. 化简： $(a+b)^2 + (a-b)(a+b) - 2ab$.

5. 化简： $(a+1)^2 + 2(1-a)$.

6. 已知 $x(x+3) = 1$ ，求代数式 $2x^2 + 6x - 5$ 的值为_____ .

7. 先化简，再求值： $(x+1)(2x-1) - (x-3)^2$ ，其中 $x = -2$.

