运输服务采购多目标决策模型及应用

闫　芳　著

西南交通大学出版社

·成　都·

前　言

随着社会经济的发展和社会分工的细化，生产企业或者分销商不再愿意承担货物的配送任务，而更加倾向于将有限的精力和资金投入到他们更为擅长的领域，如生产、销售等，而第三方物流的产生和发展使得企业的这种愿望成为了现实。第三方物流可以帮助企业建立更为高效的供应链体系，同时为企业带来较高的资本回报率和较少的资金投入，从而降低物流成本、提高库存周转率。因此，越来越多的企业选择通过运输服务外包的形式来获取运输服务。对第三方物流企业，即提供运输服务企业的选择恰当与否是能否实现上述利益的关键。托运人作为运输服务的采购方，需要以一定的价格来购买运输服务，而作为运输服务的供应者，第三方物流企业则需要根据托运人的要求并结合自身的运输网络来安排运输的路线从而达到最大化利润（或者最小化成本）的目的。

但是，在双方进行决策的过程中必须考虑到对方的需求和现况。托运人在考虑以什么样的价格购买哪个承运人的服务时，必须考虑到承运人的运输能力、信用程度等方面的因素；而承运人在安排自身的运输路线时，则需要充分考虑到托运人的运输需求。因此，很明显二者之间存在一个既相互依存又相互矛盾的关系。而这种交互关系则可以用二层规划模型来进行研究。上层为托运人，其目标是最小化成本（即总的购买价格）和最小化风险，其需要考虑的约束为保证每条线路都能够获得运输服务；而对于下层的承运人来说，其目标是最大化收益，而其需要考虑的约束为自身的运量限制、托运人的托运需求等。

运输服务采购问题中除了具有多层次性这个特征之外，其信息的不完备性也必须被考虑到。传统的关于运输服务采购问题的研究往往

忽略了该问题中包括的不完备、不确定的信息，而简单地将其处理为确定性参数或者是简单的不确定参数。然而，在实际应用中，某些重要的数据却是不确定的，譬如运输量、行车时间等。在过去的研究中，人们往往采用随机变量来描述随机现象，用模糊变量来刻画模糊环境，然而，在综合了过去的研究以及对现实应用进行分析后可以发现，这些不确定信息往往同时具有随机性和模糊性，本书采用模糊随机变量对其进行刻画。

由此可见，运输服务采购问题具有多层次性、模糊随机性以及多目标性这三个特点。而在已有的研究中，将这三个方面同时考虑的文献还很鲜见。而将这三种特性同时考虑，不但具有理论意义，同时还具有实际的应用意义。

本书对模糊随机环境下的运输服务采购问题的二层多目标决策模型及其在大型水利水电建设项目中的应用进行了研究。本书提出了针对不同决策者需求的三种不同假定，在不同的假定基础上建立了相应的数学模型，并提出了相应的混合智能算法进行求解。这些模型对降低企业运输成本从而建立更加坚固的供应链系统，提高客户服务水平方面有着重要的作用。此外，本书也进一步丰富和发展了不确定多目标决策理论和二层规划理论。本书的研究工作将对模糊随机环境下的二层多目标运输服务采购问题的研究起到十分积极的推动作用。

作　者

2015 年 6 月

目　录

第 1 章　绪　论 …… 1

1.1　研究背景和意义 …… 2

1.2　研究方法和思路 …… 6

1.3　主要研究内容 …… 7

第 2 章　相关理论基础 …… 9

2.1　模糊随机变量 …… 9

2.2　粒子群算法 …… 14

2.3　二层规划 …… 17

第 3 章　运输服务采购期望值模型及应用 …… 错误！未定义书签。

3.1　问题描述 …… 错误！未定义书签。

3.2　模型构建 …… 错误！未定义书签。

3.3　算法设计 …… 错误！未定义书签。

3.4　建设材料运输服务采购 …… 错误！未定义书签。

3.5　本章小节 …… 错误！未定义书签。

第 4 章　运输服务采购机会约束模型及应用 …… 错误！未定义书签。

4.1　问题介绍 …… 错误！未定义书签。

4.2　模型架构 …… 错误！未定义书签。

4.3　算法构建 …… 错误！未定义书签。

4.4 物料运输服务采购……错误！未定义书签。
4.5 本章小节……错误！未定义书签。

第 5 章 运输服务采购相关机会模型及应用……错误！未定义书签。

5.1 问题简介……错误！未定义书签。
5.2 模型建立……错误！未定义书签。
5.3 算法提出……错误！未定义书签。
5.4 土石方运输服务采购……错误！未定义书签。
5.5 本章小节……错误！未定义书签。

第 6 章 结论与展望……错误！未定义书签。

6.1 主要结论……错误！未定义书签。
6.2 主要创新……错误！未定义书签。
6.3 研究展望……错误！未定义书签。

参考文献……错误！未定义书签。

第 1 章　绪　论

随着社会分工的细化以及第三方物流的蓬勃发展，对于产品的运输往往更多地采用第三方物流的形式进行。生产者或者批发商更倾向于将有限的资源和精力投入到自身更加擅长的生产领域或者是销售领域当中去，而不愿意承担产品配送的任务。而在诸如大型水利水电建设项目中此类的建设工程项目，由于物料的需求更加频繁和复杂，并且物料是否能适时适量的供应往往直接影响到工程的进度和工程的质量，因此，物料配送问题在该领域显得更加重要。而巨大的工程量必然对物料产生巨大的需求，因此，物料的供应商或者是工程的建设方（施工方）不得不仔细考虑物料的配送问题，从而确保物料能够在正确的时间送达正确的地点。而由于配送量巨大，供应商或者建设方通常跟专业的运输公司合作，由他们运用更为专业的设备以及管理知识来完成配送任务。于是，作为托运方的物料供应商或者是建设方则需要与运输公司合作，来保证物料的及时供应。

在以往的研究中，托运人往往很少考虑承运人的运输网络情况以及可能的反应，因此做出的决策通常会有两个缺陷：第一，仅仅从自身的角度出发，选择最小化成本的分配方案使得对承运人的选择不够慎重，导致运输任务不一定能够保质保量地完成；第二，由于没有考虑到承运人之间的竞争关系以及他们各自的运输网络，造成对线路的定价过高从而带来了不必要的花费。考虑到上述两个缺点，所研究的运输服务采购问题存在两个既相互对立又相互配合的主体，上层的承运商需要根据可能的承运人的条件来决定运输任务的分配，同时根据

下层承运人的反应来对各条线路进行定价；另一方面，承运人则需要根据托运人分配的运输任务，在自身已有的运输网络的基础上规划自己的车辆运输路径，从而最大化收益（利润）。

除了决策双方的层次性以及决策目标的多样性之外，在该问题中存在的另外一个重要特征就是信息的不确定性。按照对信息描述的不同，可以将此类不确定性分为随机性、模糊性以及粗糙性。而在实际应用中，往往不充分的信息同时具备两种不确定类型，譬如在运输服务采购问题中对于运输量的描述就同时具备随机性和模糊性两个特点。对于运输量的预估计，往往是根据历史数据给出一个可能的范围的主观判断，而对于这个可能范围中的峰值参数的估计则会根据往年的历史数据给出一个近似分布。而在以往的研究中，多数文献仅考虑了此类信息中包含的主观因素或者是客观因素，而较少同时考虑到以上两种不可避免的因素造成的实际数据与预估值之间的误差。而决策者决策的基础就是这些数据，当对数据的估计与实际相差甚远时，无论模型或者算法怎样有效都不能给出一个恰当的决策方案，或者说得到的决策方案不仅不能给决策者带来收益，反而会导致错误的决策而带来损失。因此，本书考虑了在模糊随机环境下的二层多目标运输服务采购模型，旨在使得托运人（上层决策者）能够在减少成本的同时保障承运人（下层决策者）的收益。

1.1 研究背景和意义

运输服务采购是指企业根据自己的运输需求，从外部资源市场中获得运输服务的过程[1,2]。而这里的外部资源市场是指能够提供运输服务的企业，包括公路、铁路、航空以及海运等运输服务提供者。而托运企业则主要将精力集中在自己擅长的领域内，用有限的精力和资源创造更大的价值。运输服务采购在现代社会分工中十分常见并且扮演着十分重要的角色[3,4]。

物流服务采购是基于第三方物流的发展而形成的。恰当地采用第三方物流的运输模式不仅可以减少企业的运输费用，同时还能提高客户的满意程度，为企业带来经济效益和客户口碑。但是，多数关于运输服务采购的研究都是单一地从托运人或者承运人的角度考虑，而忽略了他们之间存在的既矛盾又统一的复杂关系。而现实状况中，托运人在与承运人合作的时候，往往需要考虑承运人的反应以及能力，不能单纯地从自己的经济利益角度出发来进行决策；而另一方面，承运人在与托运人形成合作关系之前，也必须考虑到自身的能力以及现有的运输网络，以便有效地减少成本从而获得更多的利润。于是，可以看出在研究运输服务采购的问题当中，同时考虑到托运人以及承运人的反应是十分重要也是十分必要的。而二层规划模型恰好能够很好地解决此类多层次性问题。

多层规划的研究始于 1934 年，源自于 Von Stackelberg 提出的双寡头模型[5]。随后，1973 年，二层决策的数学模型正式由 Bracken 和 McGill 提出[6]。1977 年，Candler 和 Norton 正式提出了二层规划以及多层规划模型，并将其应用于奶制品工业模型和墨西哥农业模型的科技报告中[7]。在多层规划问题中，每个层次的决策者均有自己的决策目标，而同时，本层的决策空间在一定程度上与其他层的决策空间或者目标相互联系、相互影响。一般来说，任何一个层级的决策者都可以通过自身可以控制的决策变量直接或者间接影响其他的决策层。这是多层决策与单层决策最大的不同。单层决策往往只考虑自身的决策目标，并且唯一地控制着决策系统的优劣；而多层决策中决策变量的控制源自于不同的决策层和不同的决策者，因此，任何一层的决策者能够影响整个系统的决策但是这种影响并不唯一。

在运输服务采购中还存在着信息不充分的问题。信息的不充分会增加信息中包含的不确定性，而决策者在做决策的过程中往往不可避免地需要考虑此类不确定信息。在决策模型中，不确定信息往往体现在参数的不确定性上，从而导致可行域的不确定性。在这样的环境中

做决策毫无疑问增加了决策难度，同时也影响决策的效用。但是，这种不确定性却是不可避免的，强硬地将其理解为确定的数据通常会造成实际状况和预测值之间的差异。因此，在考虑实际问题中，必须考虑到信息中包含的不确定性从而得到比较合理并且比较优质的解。

不确定性一般可以分为三类，即随机性、模糊性以及粗糙性。随机现象是最早被研究的不确定现象，随着对随机现象的深入研究，形成了概率论这一应用广泛的学科。随机现象主要描述客观存在的不确定性，此类不确定性事件都有一个共同的特点就是造成不确定性的因素是客观存在的并且不以人的意志为转移[8]。随机的不确定性在各领域的研究中均被深入讨论过。在运输问题领域，很多研究也将随机现象考虑进来，如 Shu 等人则将需求量假定为随机变量[9]，Zheng 等人研究在交通网络规划问题时将网络中的流设为随机变量[10]，Li 等人对具有随机行车和随机服务时间的车辆路径问题进行了研究[4]，类似的研究还有[11]-[13]等，这里不一一赘述。

尽管概率论对研究随机现象问题提供了有利的理论依据，但是它并不能很好地描述所有的不确定性。随机性的不确定性主要源于客观现象，但是在实际应用中不可避免地会面临主观判断所带来的不确定性。Zadeh 首先提出了模糊集的概念，用来描述此类模糊环境[14]。在运输服采购问题此类的运输问题中，同样涉及人的决策。而决策者对于基本的支持决策模型的信息的形成和描述往往是基于主观判断的，如决策者对于任务量的描述可以是“在 300 吨左右”，对于行车时间可以是“不需要很长时间”等，因此将模糊集以及可能性理论应用到该领域的研究中就显得很有必要。Cao 和 Lai 研究了需求量为模糊变量时的开放车辆路径问题[15]，Peidro 等人将供应量、需求量以及行车时间均视为模糊变量，研究了供应链规划的优化模型[16]，Sheng 和 Yao 建立了一类运输模型，该模型将成本以及需求量均假设为模糊变量[17]。此外，还有一些关于运输方面的研究将行车时间也考虑为模糊变量，如[18]-[24]等。目前，已经有很多研究采用模糊集以及可能性理论从不

同角度对该领域的课题进行了研究，而此类研究还在继续中。

很显然，在现实应用中随机性和模糊性是同时存在的，但是上述研究都是从单一的不确定性来对问题进行讨论，因此为了能够全面真实地描述此类不确定信息，认为应该采用模糊随机变量对其进行描述。模糊随机变量是用来刻画随机性和模糊性同时存在的不确定性的，Kwakernaak[24,25]，Kruse 和 Meyer[26]以及 Puri 和 Ralescu 从不同的角度对模糊随机变量进行了定义[27]。根据 Gil 等人对模糊随机变量的相关综述[28]，简单来说模糊随机变量就是取值为模糊集的随机变量。模糊随机变量可以用来描述随机实验中存在的具有主观不确定性的“不精确”的数据，而此类“不精确”可以用模糊集和来描述。在运输相关问题（包括车辆路径问题，交通网络规划问题等）中对于客户点需求量的描述[29,30]以及对行车时间的描述[31,32]。

鉴于以前的相关研究和实际问题中涉及的不确定信息的特点，将需求点（预估的运输任务）假定为模糊随机变量，同时任意两点间的行车时间也为模糊随机变量。此外，由于托运人希望能够使分配方案包括的风险最小，因此将托运人对承运人的主观的风险描述用模糊变量表述。成本最小化是比较基本的目标要求。另外，为了减少过分低价胜标的风险，托运人往往在进行决策时也要考虑风险的最小化[33,34]。因此对于托运人来说，运输服务采购规划问题是一个多目标规划。而对于下层的承运人而言，则希望能够通过对运输线路的合理而又有效的安排使得总的利润最大，因此，对下层规划来说，则是一个多主体的单目标规划。

综上所述，多层次性、双重不确定性以及多目标是研究的运输服务采购问题的三个重要特点，而且只用将这三个方面有机地结合起来才可以真实地反映实际问题。本书在前人研究的基础上，以二层规划模型为研究框架，以模糊随机理论为基础，对模糊随机环境下的二层多目标运输服务采购问题进行研究和讨论。

1.2 研究方法和思路

在对运输服务采购问题和二层多目标规划模型的相关研究进行了系统的回归以及梳理之后，形成了如下研究思路。

鉴于诸如大型水利水电建设项目此类的工程项目中运输服务采购问题的复杂性和关键性，在实际应用中往往存在信息的不确定性，譬如对运量难以准确地预估以及对运输时间难以准确地描述。因此，根据现实案例中存在的此类不确定信息的特点，提出了在模糊随机环境下对该问题进行研究。同时，由于第三方物流的蓬勃发展以及社会分工的细化，在研究中将考虑两个决策主体：一个是托运方，即上层的决策领导者；另外一个是承运方，即下层的决策追随者。很显然，这两者之间既存在矛盾又存在合作。上层的决策者希望能尽量地最小化成本，而下层的决策者则希望能够最大化利润，但是双方在决策的同时必须考虑到对方的反应，因此二者构成了一个典型的二层关系。因此，针对模糊随机环境下的运输服务采购问题的二层多目标规划进行了研究。

由于不确定信息即模糊随机参数和模糊参数的存在，无论是上层决策者还是下层决策者都不可能直接对优化模型进行求解，同时也无法保证求得的解即为完全满足约束的最优解。因此，在建立相应的数学模型的时候，必须要采取一些手段对这类涉及不确定变量的模型进行处理。根据对相关文献以及理论的综述，将采用三类处理思想来建立可以求解的数学模型。首先，采用期望值的思想除去模型中的模糊随机性。此类方法主要针对决策者往往比较中庸，希望在平均意义下约束条件得到满足的情况下得到一个平均意义下的最优解。随后，在建模过程中采用机会约束的思想建立模型，即假设决策者希望约束成立的可能性不小于某一个置信水平的情况下得到一个优化结果，使得该优化结果成立的可能性不小于某一个置信水平。最后，根据相关机会的思想建立模型。该思想是假设决策者期望能够使约束成立的可能性不小于一个给定的置信水水平的情况下最大化满足期望的优化结果

成立的可能性。对于采用上述三类思想建立的数学模型，分别对其进行抽象，对得到的一般的二层多目标优化模型进行相关的讨论后，给出了某些特殊情况下可以转化为清晰等价模型的算法以及一般情况下的混合智能算法。最后给出了相应的案例分析来证明模型的可行性以及算法的有效性。

1.3　主要研究内容

第 1 章阐述了本书的研究背景和意义，介绍了本书的研究方法和思路以及各章的基本内容。第 2 章主要概述了研究在模糊随机环境下二层多目标运输服务采购问题的必要性，并且对已有的研究现况以及相关文献进行了综述。第 3 章主要研究在模糊随机环境下的二层多目标运输服务采购期望值模型，并依据模型是否能够转化为清晰等价形式分别讨论和设计了分支定界法以及于模糊随机期望值模拟的多目标 GLNPSO 算法。最后，通过一个案例验证了模型的可行性以及算法的有效性。第 4 章则采用机会约束思想二层多目标机会约束规划模型对运输服务采购问题进行研究，并介绍了 KKT 方法进以及基于模糊随机机会约束模拟的多目标粒子群算法进行求解。为了证明模型的可行性以及算法的有效性，对一个案例进行了研究并求解。第 5 章则采用相关机会思想来建立模型，通过模型求解使得最优解与给定满意解尽可能的接近。根据模型不同特点采用模糊决策方法对及基于模糊随机相关机会模拟的多目标自适应粒子群算法进行求解。最后，对一个案例进行数值分析，证明了该模型的可行性以及算法的有效性。第 6 章是对本书所做的研究工作和所取得的研究结果进行了简要的归纳和总结，并提出今后需要进一步深入研究的问题和方向。本书内容结构如图 1.1 所示。

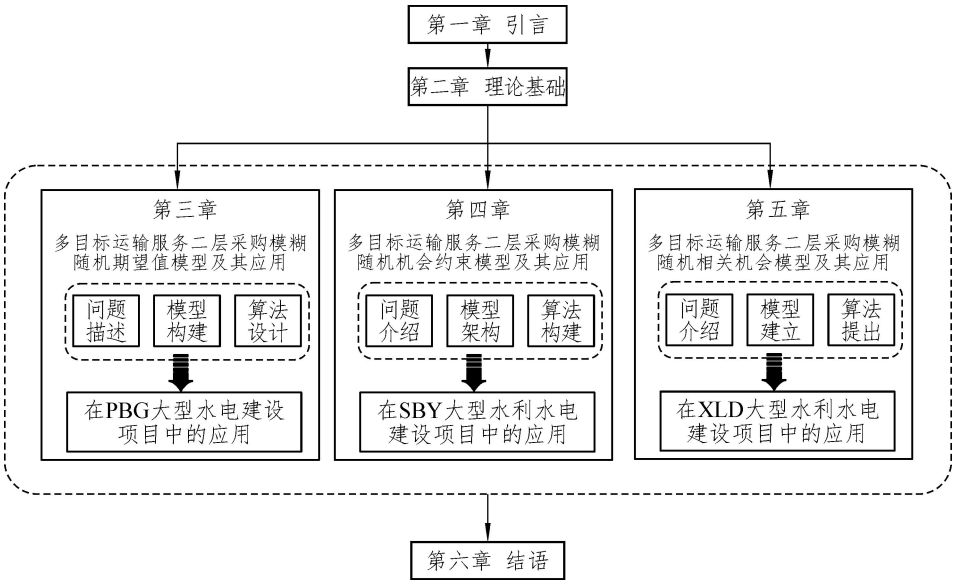

第一章 引言
第二章 理论基础
第三章
多目标运输服务二层采购模糊随机期望值模型及其应用
问题描述
模型构建
算法设计
在PBG大型水电建设项目中的应用
第四章
多目标运输服务二层采购模糊随机机会约束模型及其应用
问题介绍
模型架构
算法构建
在SBY大型水利水电建设项目中的应用
第五章
多目标运输服务二层采购模糊随机相关机会模型及其应用
问题介绍
模型建立
算法提出
在XLD大型水利水电建设项目中的应用
第六章 结语

图 1.1 研究内容示意图

第 2 章　相关理论基础

为了方便以后的研究，在这里首先将对模糊随机变量以及粒子群算法的基本知识做一个简要的介绍。

2.1　模糊随机变量

模糊随机变量是基于模糊集理论的一种研究，因此下面先简要介绍一下模糊集理论。设 U 为论域，集合 A 为定义于 U 中的某些元素 x 的全部。而这些元素可以完全清晰地被区分为在这个集合中 A 或者不在这个集合 A 中，于是这样的集合可以通过很多形式来进行描述，譬如说完全列举出集合中的所有元素，定义集合中元素的特征等。然后，在很多情况下，元素和集合的关系并不十分明确，也就是说不能简单的采用“元素在集合中”或者“元素不在集合中”这样的判断来描述元素和集合的关系，例如“这是个年轻人”或者“今天天气有点热”，等等，此时经典的集合论或者概率论都不足以正确而又清晰地处理上述描述。因此，Zedeh 于 1965 年首先提出了模糊集的概念，并沿用至今[14]。经过近半个月世纪的研究，模糊集理论已经成为了解决实际问题的有力的工具之一[35]。

【定义 2.1】[36]设 U 为论域，A 是论域 U 的一个子集。对于 $\forall_X \in U$，函数 $\mu_{\bar{A}}$: $U \to [0,1]$ 都指定了一个值 $\mu_{\bar{A}}(x) \in [0,1]$ 与之对应。$\mu_{\bar{A}}(x)$ 在元素 x 处的值反映了元素 x 隶属于 A 的程度，称集合 A 为模糊子集，$\mu_{\bar{A}}(x)$ 为 A 的隶属度函数，记为：$\bar{A}=\{(x, \mu_{\bar{A}}(x)) \mid x \in X\}$。

【定义 2.2】[36]模糊集 A 的 α -截集定义为 $A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\bar{A}}(\mathrm{x}) \geqslant \alpha\}$,

$\alpha \in [0,1]$，这里 α 被称为置信水平值。

由上述定义可知，模糊数 $\tilde{A}$ 的 α-截集 A_α 是一个在 R 上的闭区间（R 为实数域），即

$$A_\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geqslant \alpha\} = [A_\alpha^L, A_\alpha^R], \alpha \in [0,1],$$

其中，A_α^L 是闭区间 A_α 的左端点，A_α^R 是闭区间 A_α 的右端点。

【定义 2.3】[36]称 $\tilde{A}$ 为 LR 型模糊数，当它的隶属度函数满足如下形式：

$$\mu_{\tilde{A}}(\mathrm{x}) = \begin{cases} L(\dfrac{a-x}{l}) & 若 a-l \leqslant x \leqslant a, l>0 \\ 1 & 若 x = a \\ R(\dfrac{x-a}{r}) & 若 a \leqslant x \leqslant a+r, r>0 \end{cases}$$

并且，$L(x)$ 与 $R(x)$ 均为连续不增函数，$L,R:[0,1] \to [0,1], L(0)=R(0)=1, L(1)=R(1)=0$，此时记 $\tilde{A}$ 为 $\tilde{A}=(a,l,r)_{LR}$，其中 a 为模糊数 $\tilde{A}$ 的中心值，$l,r>0$ 分别称为左宽度和右宽度，如图 2.1 所示。

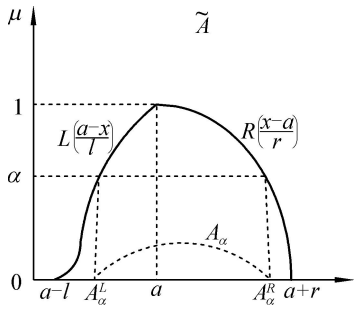


图 2.1　LR 型模糊数 $\tilde{A}$ 及其 α-截集 A_α 示意图

模糊理论提出后，Kaufmann 提出了模糊变量的概念[37]。之后，Zadeh 等人[38,39]对模糊变量进行了进一步的研究。Zadeh 在 1978 年首次建立了可能性理[39]，之后很多学者对这一理论进行了深入的研究。Dubois 和 Prade 提出用可论[37]能性分布函数来描述模糊变量。根据可

能性理论，一个模糊变量可以被定义为一个凸的正规模糊集，一个模糊变量的可能性分布函数则被定义为其对应的模糊集的隶属函数。

假设 $\pi_A(x)$ 为模糊变量 a 的可能性分布函数，$\mu_B(x)$ 为模糊集 B 的隶属度函数，则“模糊变量 a 在模糊集 B 中”这一个模糊事件的可能性测度和必然性测度分别定义为：

$$\Pi_A(B)=\sup_x \min\{\pi_A(x),\pi_B(x)\},N_A(B)=\inf_x \max\{1-\pi_A(x),\mu_B(x)\},$$

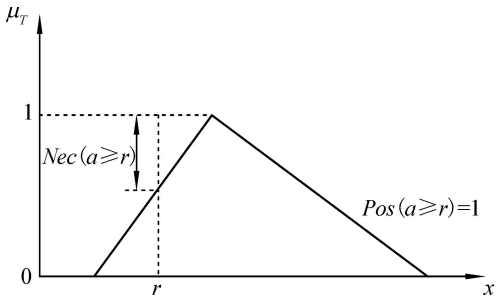
其中，$\Pi_A(B)$ 代表模糊变量 a 一定在模糊集 B 的程度，而 $N_A(B)$ 则表示糊变量 a 可能在模糊集 B 的程度。特殊地，当 B 这个集合是确定的时，

$$\Pi_A(B)=\sup_{x\in B}\pi_A(x),N_A(B)=\inf_{x\notin B}[1-\pi_A(x)],$$

设 r 为一个实数，t 为模糊数，$\mathrm{Pos}\{t\geqslant r\}$ 表示模糊事件 $t\geqslant r$ 的可能性，而 $\mathrm{Nec}\{t\geqslant r\}$ 表示模糊事件 $t\geqslant r$ 的必然性，于是：

$$\mathrm{Pos}\{t\geqslant r\}=\Pi_T([r,+\infty))=\sup_x\{\phi_A(x)\mid x\geqslant t\},$$
$$\mathrm{Nec}\{t\geqslant r\}=N_T([r,+\infty))=1-\sup_x\{\phi_A(x)\mid x<t\},$$

其中，$\mathrm{Pos}\{t\geqslant r\}$ 和 $\mathrm{Nec}\{t\geqslant r\}$ 的关系如图 2.2 所示。



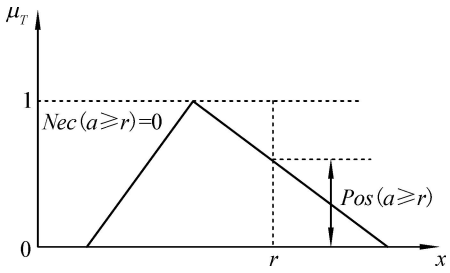


图 2.2　模糊事件 $t\geqslant r$ 可能性与必然性示意图

Liu 则提出了可信性测度的概念来描述模糊事件 $t\geqslant r$，

$$\mathrm{Cr}\{t\geqslant r\}=\frac{1}{2}(\mathrm{Pos}\{t\geqslant r\}+\mathrm{Nec}\{t\geqslant r\}),$$

即该事件的可能性测度与必然性测度的算术平均值。

模糊随机变量是用来描述模糊随机事件的一种有效的数学工具，是一个取模糊值的随机变量，当 Φ 中只存在单一的元素时，则模糊随机变量退化为模糊变量[40]。模糊随机变量首先由 Kwakernaak 提出[24,25]，此后，根据不同的可测度要求，Kruse 和 Meyer[26]、Puri 和 Ralescu[27]以及 Liu 和 Liu 定义了模糊随机变量[41]。

【定义 2.4】[40]设 ξ 是从概率空间 (Ω,A,Pr) 到模糊变量集合的函数，并且对于 R 上的任何 Borel 集 B，$\mathrm{Pos}\{\xi(\omega)\in B\}$ 是 ω 的可测函数，则称 ξ 为一个模糊随机变量。

因此可以看出，模糊随机变量是一个取模糊值的随机变量，当 Φ 中只存在单一的元素时，则模糊随机变量退化为模糊变量。

由模糊随机事件的本原机会测度的定义，可以得到[42]：

$$\mathrm{Ch}\{f(\xi)\leqslant 0\}(\alpha)\geqslant\beta\Leftrightarrow\begin{cases}\Pr(\omega\in\Omega\,|\,\mathrm{Pos}\{f(\xi(\omega))\leqslant 0\}\geqslant\beta)\geqslant\alpha\\ \Pr(\omega\in\Omega\,|\,\mathrm{Nec}\{f(\xi(\omega))\leqslant 0\}\geqslant\beta)\geqslant\alpha\\ \Pr(\omega\in\Omega\,|\,\mathrm{Cr}\{f(\xi(\omega))\leqslant 0\}\geqslant\beta)\geqslant\alpha\end{cases}$$

由模糊随机事件的本原机会测度的定义，可以得到：

$$\mathrm{Ch}\{f(\xi)\leqslant 0\}(\alpha)\geqslant\beta \Leftrightarrow \begin{cases} \sup\limits_{Pos\{A\}\geqslant\alpha}\ \inf\limits_{\omega\in A}\Pr\{f(\xi(\omega))\leqslant 0\} \\ \sup\limits_{\mathrm{nec}\{A\}\geqslant\alpha}\ \inf\limits_{\omega\in A}\Pr\{f(\xi(\omega))\leqslant 0\} \\ \sup\limits_{\mathrm{Cr}\{A\}\geqslant\alpha}\ \inf\limits_{\omega\in A}\Pr\{f(\xi(\omega))\leqslant 0\} \end{cases}$$

基于上面对于模糊随机变量的基本定义和性质的介绍，下面将介绍模糊随机变量的期望值。

【定义 2.5】[41]设 ξ 是定义在概率空间 $(\Omega, A, \Pr)$ 上的一个模糊随机变量，它的期望值定义为：

$$E[\xi]=\int_0^{+\infty}\Pr\{\omega\in\Omega\mid E[\xi(\omega)]\geqslant r\}\mathrm{d}r-\int_{-\infty}^{0}\Pr\{\omega\in\Omega\mid E[\xi(\omega)]\leqslant r\}\mathrm{d}r \tag{2.1}$$

在等式（2.1）两边同时出现符号 E，然而这两个 E 代表不同的含义，其中一个为模糊随机变量的期望值算子，另一个为模糊变量的期望值算子。

当模糊随机变量 ξ 退化为随机变量，则式（2.1）可改写为：

$$E[\xi]=\int_0^{+\infty}\Pr\{\xi\geqslant r\}\mathrm{d}r-\int_{-\infty}^{0}\Pr\{\xi\leqslant r\}\mathrm{d}r$$

变成了随机变量的期望值。

当模糊随机变量 ξ 退化为模糊变量，则式（2.1）可改写为：

$$E[\xi]=\int_0^{+\infty}Cr\{\xi\geqslant r\}\mathrm{d}r-\int_{-\infty}^{0}Cr\{\xi\leqslant r\}\mathrm{d}r$$

变成了模糊变量的期望值[41]。

设 ξ 和 η 是期望值有限的模糊随机变量，则对于任意常数 a,b，有：

$$E[a\xi+b\eta]=aE[\xi]+bE[\eta] \tag{2.2}$$

2.2 粒子群算法

粒子群算法（Partical Swarm Optimization，PSO）是由 Eberhart 和 Kennedy[43]于 1995 年首次提出的，是基于对鸟群的行为模仿的智能算法。粒子群算法采用了生物学家 Heppner 的生物群体模型来通过模拟鸟群的觅食行为来进行计算。粒子群算法由于实现较为简单，自适应能力较强的特点已经成为一种[44,45]重要的智能算法并被广泛地应用到了各个学科和应用领域。

在基本的粒子群算法中，每个粒子在每次的迭代过程中都要进行两个方面的学习，即个体最优的学习和全局最优的学习，并通过学习到的数据来调整自己即将飞行的方向和速度。具体来说，就是粒子在搜索空间进行迭代的过程中，有一个适应值函数来评价其代表的解的品质。同时，粒子每进行一次飞行，需要根据适应值函数记录下自身在飞行过程中的最优位置（即个体最优值，记为 pbest），此外，还要根据适应值函数学习所有的粒子在该次飞行中的最优位置（即全局最优位置，记为 gbest）。在下一次飞行之前，粒子需要根据这两个最优位置来调整自己的飞行方向和飞行速度，从而向着可能存在全局最优位置的区域靠拢。每次迭代中粒子的速度和位置则由以下公式决定：

$$\left.\begin{aligned}&\omega(\tau)=\omega(T)+\frac{\tau-T}{1-T}[\omega(1)-\omega(T)]\\&v_d^l(\tau+1)=\omega(\tau)v_d^l(\tau)+c_1r_1[p_d^{l,\text{best}}(\tau)-p_d^l(\tau)]+c_2r_2[g_d^{\text{best}}(\tau)-p_d^l(\tau)]\\&p_d^l(\tau+1)=p_d^l(\tau)+v_d^l(\tau+1)\end{aligned}\right\}\tag{2.4}$$

其中，$v_d^l(\tau)$是第 l 个粒子在第 τ 代在第 d 维度上的速度分量，$p_d^l(\tau)$是第 l 个粒子在第 τ 代在第 d 维度上的位置分量，$p_d^{l,\text{best}}(\tau)$第 l 个粒子在第 τ 代在第 d 维度上的历史最优位置分量，$g_d^{\text{best}}(\tau)$是第 τ 代时全体粒子在第 d 维度上的历史最优位置分量，c_1是个体学习惯性，c_2是全局学习惯性，r_1和 r_2是两个 [0,1]上的相互独立的随机数，用来保持粒子飞行的自由性，$\omega(\tau)$为第 τ 代粒子的惯性权重，用来控制粒子按照上一次飞行决

策进行飞行的行为，用来协调粒子进行局部搜索以及全局搜索的能力。$\omega(\tau)$ 较大时，更倾向于全局搜索，而 $\omega(\tau)$ 较小时，则粒子具有更强的局部搜索能力。

2.2.1　主要特点

同样的，作为一种智能算法，粒子群算法也具备 Millonas 提出的群集智能的 5 个基本原则[46]。但是与其他智能算法相比，粒子群算法的主要特点可以概括为以下几个方面[47,48]。

（1）所有的粒子在搜索空间飞行时都具备一个随机的飞行速度，而且可以通过适应值函数来评价自己所在位置的优劣；

（2）所有的粒子都具有记忆的功能；

（3）粒子的每次飞行之前，都会根据自身的历史飞行经验和整个种群的历史飞行经验来决定飞行的速度和方向；

（4）粒子之前的信息不共享，由整个种群的全局最优信息传递给其他粒子。

2.2.1　符号表示

下面，给出除上述符号之外的基本的粒子群算法需要用到的符号。

τ —— 迭代代数，$\tau=1,\cdots,T$；

l —— 粒子，$l=1,\cdots,L$；

d —— 维度，$d=1,\cdots,D$；

$V^l(\tau)$ —— 第 l 个粒子在第 τ 代的速度向量，$V^l(\tau)=[v_1^l(\tau),v_2^l(\tau),\cdots,v_D^l(\tau)]$；

$P^l(\tau)$ —— 第 l 个粒子在第 τ 代的位置向量，$P^l(\tau)=[p_1^l(\tau),p_2^l(\tau),\cdots,p_D^l(\tau)]$；

$P^{l,\text{best}}$ —— 第 l 个粒子在第 τ 代的个体历史最优位置向量，$P^{l,\text{best}}(\tau)=[p_1^{l,\text{best}}(\tau),p_2^{l,\text{best}}(\tau)\cdots p_D^{l,\text{best}}(\tau)]$；

$G^{\text{best}}(\tau)$ —— 第 τ 代粒子群的全局最优位置向量，$G^{\text{best}}(\tau)=[g_1^{\text{best}}(\tau),g_2^{\text{best}}(\tau),\cdots,g_D^{\text{best}}(\tau)]$；

$P_d^{\min}$ —— 粒子在第 d 维度上的最小位置分量；

$P_d^{\max}$ —— 粒子在第 d 维度上的最大位置分量；

$V_d^{\min}$ —— 粒子在第 d 维度上的最小速度分量；

$V_d^{\max}$ —— 粒子在第 d 维度上的最大速度分量；

$Fitness(P^l(\tau))$ —— 第 l 个粒子在第 τ 代所在位置对应的适应值函数值。

2.2.3 算法流程

基本的粒子群算法的流程如下：

Step1：令 $\tau=0$。

Step2：粒子进行初始化。

Step2.1：初始化粒子位置，随机产生 L 个粒子，对每一个粒子 l，满足 $P^l(\tau)\in[P^{\min},P^{\max}]$。

Step2.2：初始化粒子速度。令 $V^l(\tau)=0$， $P^{l,\text{best}}=P^l(\tau)$。

Step3：计算粒子适应值。对所有的粒子根据适应值函数计算它们的适应值，找到并记录全局最优粒子位置 G^{best} 及其适应值。

Step4：令 $\tau=\tau+1$，根据式（2.4）更新所有粒子的速度。

Step4.1：检查速度向量：如果 $V^l(\tau)<V_d^{\min}$，则 $V^l(\tau)=V_d^{\min}$；如果 $V^l(\tau)>V_d^{\max}$，则 $V^l(\tau)=V_d^{\max}$。

Step4.2：根据式（2.4）更新所有粒子的位置。

Step4.3：检查约束是否满足，对于粒子 l，

如果 $P_d^l(\tau)<P_d^{\min}$，则 $P_d^l(\tau)=P_d^{\min},V^l(\tau+1)=0$；如果 $P_d^l(\tau)>P_d^{\max}$，则 $P_d^l(\tau)=P_d^{\max},V^l(\tau+1)=0$。

Step4：计算所有粒子的适应值函数值。

Step5：更新粒子的个体最优以及种群最优。

Step5.1：更新粒子的个体最优，如果 $Fitness(P^l(\tau))<Fitness(P^{l,\text{best}}(\tau-1))$，则 $P^{l,\text{best}}(\tau)=P^l(\tau)$，否则 $P^{l,\text{best}}(\tau)=P^{l,\text{best}}(\tau-1)$。

Step5.2：更新粒子群的种群最优，根据适应值函数值找到第 τ 代的全局最优，记为 $G^{\text{best}}(\tau)$，如果 $Fitness(G^{\text{best}}(\tau))<Fitness(G^{\text{best}}(\tau-1))$，则 $G^{\text{best}}(\tau)=G^{\text{best}}(\tau)$，否则 $G^{\text{best}}(\tau)=G^{\text{best}}(\tau-1)$。

Step6：检查终止条件是否满足，即 τ 是否等于 T，如果是则进入 Step7；否则进入 Step4。

Step7：输出全局最优粒子位置向量以及适应值函数值。

2.3　二层规划

二层规划起源于 1934 年 Stackelberg 提出的双寡头模型，而双寡头模型实质上就是一种特殊的二层规划模型[49]。1973 年，Bracken 和 McGill 首次提出了关于二层决策问题的数学模型[6]。而多层规划（多层决策）和二层规划概念的首次提出则是由 Candler 和 Norton 针对奶制品工业的模型和墨西哥农业模型的报告中形成的[7]。

2.3.1　二层规划模型

二层规划的一般模型为[50]：

$$\begin{cases} \min F(x,y) \\ s.t. G(x,y) \leqslant 0 \\ \text{其中，} y \text{是如下问题的解} \\ \begin{cases} \min\limits_{y} f(x,y) \\ s.t. g(x,y) \leqslant 0 \end{cases} \end{cases} \tag{2.5}$$

其中，x 是上层决策变量，y 是下层决策变量；$F(x,y)$ 是上层规划的目标函数，$f(x,y)$ 为下层规划的目标函数；$G(x,y)$ 为上层规划的约束条件，$g(x,y)$ 为下层规划的约束条件。在二层规划中，下层决策者将根据上层决策者的决策结果 x 来进行决策，得到符合符合自身需求的决策变量 y，之后上层决策者将根据下层决策者的决策结果（反应）调整决策结果，从而实现上层规划目标最优。

通常情况下，下层决策者的反应集合可能为以下几种情况：空集，单元素集合以及多元素集合。因此，在求解二层规划的过程中，为了使问题得到简化，当下层决策者的反应集为单元素集合时，下层决策者的决策变量 y 就变成了上层决策变量 x 的函数，即 $y(x)$，称为上层决策者的反馈函数。于是对于给定的上层决策变量 x，则对应有下层的决

策集合 $y(x)$，那么式（2.5）则可以转化为以下单层规划：

$$\begin{cases}\min F(x,y(x)) \\ s.t.\begin{cases}G(x,y(x))\leqslant 0 \\ g(x,y)\leqslant 0\end{cases}\end{cases} \tag{2.6}$$

当上层有唯一一个决策者，而下层有多个从属决策者时，此类二层规划为分散二层规划模型，其一般形式如下：

$$\begin{cases}\min[F_1(x,y_1^*,y_2^*,\cdots,y_n^*) \\ s.t.G(x,y)\leqslant 0 \\ \text{其中},(y_1^*,y_2^*,\cdots,y_n^*)\text{是如下问题的解} \\ \begin{cases}\min\limits_{y} f_i(x,y_1,y_2,\cdots,y_n) \\ s.t.g_i(x,y_1,y_2,\cdots,y_n)\leqslant 0\end{cases}\end{cases}$$

2.3.2 二层规划算法

相对于单层规划而言，二层规矩因具有复杂的几何性质而使得对其求解较为困难，即便是形式较为简单的二层线性规划也是一个 NP-Hard 问题[50-52]。因此，对于二层规划问题的算法的研究成为了该领域重要的研究内容。规划的算法主要可以分为以下几类，网络搜索算法[53]，K 次最好算法[54]，KKT 变换方法[55]，割平面法[56]，分支定界法[52,57]，遗传算法[32,58,59]，粒子群算法[60-62]，禁忌算法等[63]。

2.3.3 二层规划应用

二层规划模型在处理多层次问题优化决策中的普适性使得其被广泛地应用于各个领域。二层规划模型适用于解决交通网络设计、危险品运输等问题。Cho 和 Chen 应用二层规划模型解决在交通网络信号设计中的资源分配问题[64]。Marcotte 针对拥堵现象采用二层规划模型来进行交通网络设计[65]。Maher 等人针对拥挤环境下的交通信号问题进行了研究[66]。Zhang 和 Zhu 采用二规划模型解决了城市能源网络设计的

问题[67]。此外，Wang，Farvaresh 和 Sepehri 分别从不同的角度研究了二层规划模型在交通网络设计中的应用[68]。Migdalas 对交通规划中的二层规划应用的模型、方法以及需要面临的挑战进行了综述[69]。其他的有关二层规划模型应用于交通相关问题的文献还有参考文献的[64][70][71]。