

$$\mu_{B_i}(P_i, X) = \prod_{j=1}^n \mu_{B_i}(p_{i,j}, x_j) \quad (4.21)$$

$$\hat{\mu}_{B_i}(P_i, X) = \frac{\mu_{B_i}(P_i, X)}{\sum_{i=1}^I \mu_{B_i}(P_i, X)} \quad (4.22)$$

式中, $P_i = (p_{i,1}, p_{i,2}, \dots, p_{i,n})$ 。设在第 j 输入域内有频率因子为 $p_{m,j}$ 和 $p_{n,j}$ 的相邻隶属函数。其相应 $x_j \rightarrow f(x)$ 在频域内的隶属函数为 $\phi_{p_{m,j}, l_{p_{m,j}+k_1}}(x_j)$, $\phi_{p_{m,j}, l_{p_{m,j}+k_2}}(x_j), \dots, \phi_{p_{m,j}, l_{p_{m,j}+k_m}}(x_j)$ 和 $\phi_{p_{n,j}, l_{p_{n,j}+k_1}}(x_j)$, $\phi_{p_{n,j}, l_{p_{n,j}+k_2}}(x_j), \dots, \phi_{p_{n,j}, l_{p_{n,j}+k_n}}(x_j)$ 。频域模糊隶属函数 $\mu_{B_m}(p_{m,j}, x_j)$ 和 $\mu_{B_n}(p_{n,j}, x_j)$ 分别为

$$\mu_{B_m}(p_{m,j}, x_j) = \frac{\sum_{k \in K_m} \phi_{p_{m,j}, l_{p_{m,j}+k}}(x_j)}{\sum_{k \in K_m} \phi_{p_{m,j}, l_{p_{m,j}+k}}(x_j) + \sum_{k \in K_n} \phi_{p_{n,j}, l_{p_{n,j}+k}}(x_j)} \quad (4.23)$$

$$\mu_{B_n}(p_{n,j}, x_j) = \frac{\sum_{k \in K_n} \phi_{p_{n,j}, l_{p_{n,j}+k}}(x_j)}{\sum_{k \in K_n} \phi_{p_{n,j}, l_{p_{n,j}+k}}(x_j) + \sum_{k \in K_m} \phi_{p_{m,j}, l_{p_{m,j}+k}}(x_j)} \quad (4.24)$$

由式 (4.23) 或式 (4.24) 可知, 当 $x_j \rightarrow f(x)$ 属于同一分辨率水平 (频率) 时, 频率域的隶属值为 1; 当其不完全属于同一分辨率水平时, 频率域的隶属值为 x_j 在时域内的相应尺度隶属函数值所占的比值^[17]。

根据模糊规则形式和式 (4.20) 所构成的模糊小波神经网络, 实质上是将小波多分辨率特性放在自适应神经模糊系统 (Adaptive Neural-Network Based Fuzzy Interference System, ANFIS) 的前向通道上。对于一个多输入单输出 (Multiple Input and Single Output, MISO) 系统, 其 FWN 模型的等效结构如图 4.12 所示。

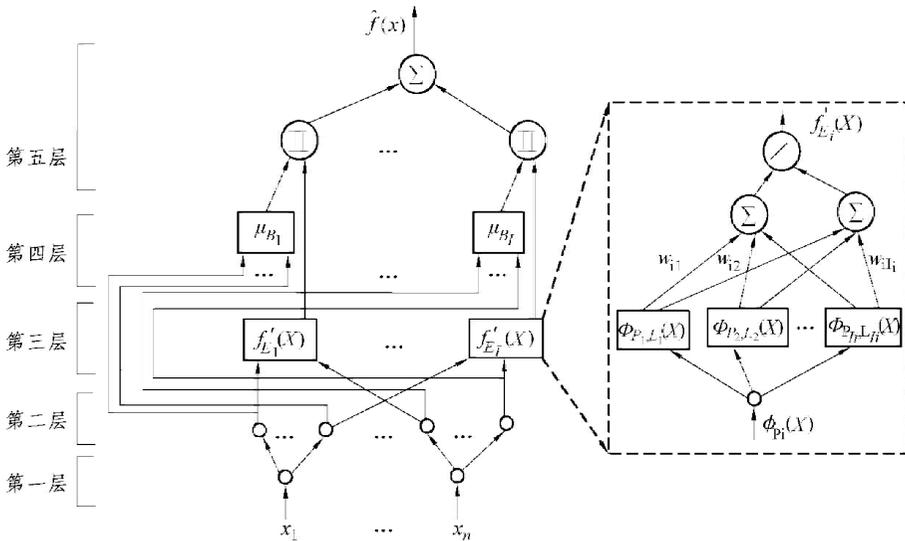


图 4.12 MISO 系统的 FWN 模型等效结构图

第一层为输入层。该层的各个节点直接与输入向量的各分量 x_j 连接，它起着将输入值 $x=[x_1, \dots, x_n]^T$ 传递到下一层的作用。该层节点数为 $N_1 = n$ 。

$$O_j^{(1)} = I_j^{(1)} = x_j \quad (4.25)$$

其中， $j=1, \dots, n$ 。

第二层每个节点代表一个语言变量值，它的作用是计算各输入分量属于各语言值模糊集合的小波隶属函数 $\mu_{A_{p_i, j, k}}(x_j)$ 。节点数 $c = \sum_{i=1}^I I_{p_i}$ 。

$$O_{ij}^{(2)} = \phi_{p_i, j, l_{p_i, j+k}}(x_j) = 2^{-p_i/2} \phi(2^{-p_i} x_j - l_{p_i, j+k}) \quad (4.26)$$

其中， $I_j^{(2)} = O_j^{(1)}$ 。

第三层每个节点代表 P_i 分辨率因子下的子模糊系统 $f'_{E_i}(X)$ ，它用来匹配模糊规则式 (4.15)。下面给出函数网络的计算公式：

$$O_i^{(3)} = f'_{E_i}(X) \quad (4.27)$$

其中， $f'_{E_i}(X)$ 由式 (4.6) 决定。该层节点总数为 I 。

第四层计算出频域内的隶属函数。根据第二层输出 $O_{ij}^{(2)} = \phi_{p_i, j, l_{p_i, j+k}}(x_j)$ ，

用式 (4.21) 计算出频域内的隶属函数 $\mu_{B_i}(P_i, X)$ 。

$$O_i^{(4)} = \mu_{B_i}(P_i, X) \quad (4.28)$$

第五层是输出层。基于多分辨率的模糊系统，根据第三层输出 $O_i^{(3)} = f_{E_i}'(X)$ 和第四层输出 $O_i^{(4)} = \mu_{B_i}(P_i, X)$ ，利用式 (4.20) 计算出其输出为

$$\begin{aligned} O^{(5)} = \hat{f}(x) &= \frac{\sum_{i=1}^I \mu_{B_i}(P_i, X) f_{E_i}'(X)}{\sum_{i=1}^I \mu_{B_i}(P_i, X)} \\ &= \sum_{i=1}^I \hat{\mu}_{B_i}(P_i, X) \frac{\sum_{k=1}^{I_{B_i}} w_{ik} \Phi_{P_i, L_k}(X)}{\sum_{k=1}^{I_{B_i}} \Phi_{P_i, L_k}(X)} \end{aligned} \quad (4.29)$$

其中， $X = [x_1, \dots, x_n]^T$ 。对于多输入多输出系统，其 FWN 模型基本结构与图 4.12 相似，区别在于输出为多输出。

4.3.2 IP 位置控制系统

对于永磁同步电机，利用矢量控制技术，在转子同步旋转 d-q 坐标系下，如果 d 轴定子电流 $i_d = 0$ ，由式 (1.41) 和 (1.46) 可知，电磁转矩 T_e 可表示为

$$T_e = \frac{3}{2} p_n L_{md} i_r i_q \quad (4.30)$$

在式 (4.30) 中，因为电机转矩 T_e 线性正比于 i_q ，所以可获得最大安培电流，而 i_q 可由闭环控制决定。

永磁同步电机的频域模型为

$$\omega_r(s) = \frac{K_t}{J_s + B} i_q^* - \frac{1}{J_s + B} T_L \quad (4.31)$$

其中， i_q^* 为希望的 q 轴定子电流，系数 $K_t = \frac{3}{2} p_n L_{md} i_r$ 。

永磁同步电机的 IP 位置控制系统如图 4.13 所示，位置控制器采用比例控制器 K_S ，速度控制器采用由 $\frac{K_I}{s}$ 和 K_P 构成的 IP 控制器。当扰动信号 $T_L(s) = 0$ 时，由图 4.13 可得控制系统的传递函数为

$$\frac{\theta_r(s)}{\theta_r^*(s)} \Big|_{T_L(s)=0} = \frac{K_S K_I K_t}{J s^3 + (B + K_t K_P) s^2 + K_t K_t s + K_S K_I K_t} \quad (4.32)$$

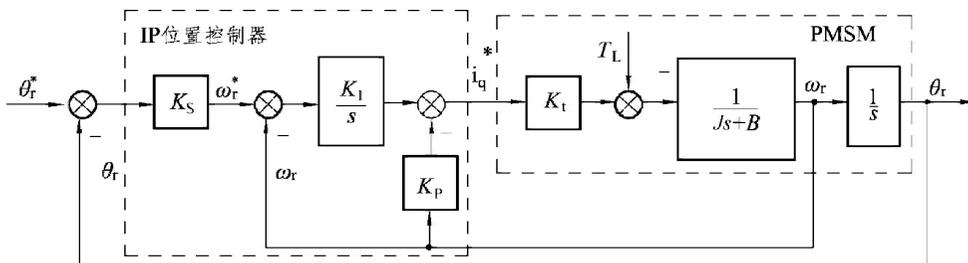


图 4.13 永磁同步电机的 IP 位置控制系统

PI 控制器是一种串联补偿器，IP 控制器是一种串-并联补偿器。IP 控制器的特点是在前向通道上加上积分环节，在反馈通道上加入比例环节，实际上也是前馈的 PI 控制器。对于需要快速响应的参考信号，与 PI 控制系统比较，IP 控制系统依靠增大积分增量来提高输出响应，从而使扰动传递函数的分母增大。所以，在对参考信号的快速响应和对扰动抑制能力上，IP 控制器比 PI 控制器更优越，所以在许多伺服系统中采用 IP 控制器。

然而由于 IP 控制器的性能对参数变化和外部扰动很敏感，而且对系统参数和负载转矩的变化补偿能力非常有限，因此，下面设计了一种自适应模糊小波复合控制器来改善 IP 控制的性能。

4.3.3 自适应模糊小波复合位置控制器

基于自适应模糊小波复合控制器的永磁同步电机控制系统如图 4.14 所示。系统由 IP 控制器、RCFWN 补偿器、参考模型和永磁同步电机等几部分组成。将 RCFWN 控制器加到 IP 位置控制器中，是为了在不确定干扰出现时跟踪希望响应。控制规则为

$$i_q^* = u_p + \Delta u_p \quad (4.33)$$

其中, u_p 为 IP 位置控制器的输出, Δu_p 为 RCFWN 补偿器的输出。在电机满足额定条件及期望性能指标的条件下设计 IP 控制器的参数。参考模型和 RCFWN 补偿器的设计如下:

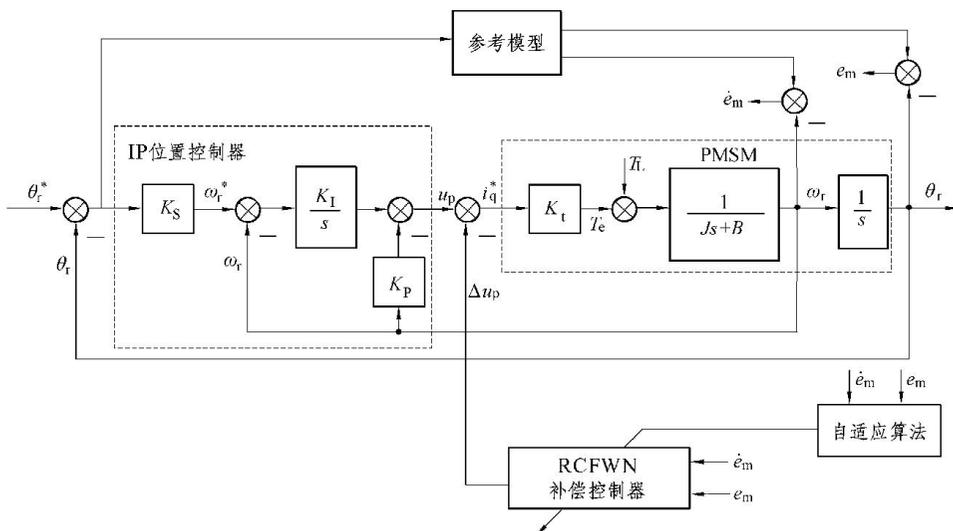


图 4.14 自适应模糊小波复合位置控制系统

1. 参考模型的设计

为了实现系统高精度的位置控制,要求在位置阶跃输入下满足如下性能指标:① 超调量为 0;② 稳态误差为 0;③ 满足系统上升时间 t_{rc} 的要求。图 4.14 所示的系统是三阶系统。为此,设计参考模型为

$$\frac{\theta_r(s)}{\theta_r^*(s)} \Big|_{T_L(s)=0} = \frac{K_1}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0} \quad (4.34)$$

其中,系数 K_1 、 a_0 、 a_1 和 a_2 是由性能指标确定的常数,与 K_S 、 K_P 和 K_I 对应,其对应关系如下:

$$K_S = \frac{a_0}{a_1}, \quad K_P = \frac{a_2J - B}{K_t}, \quad K_I = \frac{a_1J}{K_t} \quad (4.35)$$

2. RCFWN 补偿器的设计

选择转子位置误差函数 $e = \theta_r^* - \theta_r$ 和转子角速度误差函数 $\dot{e} = \dot{\theta}_r^* - \dot{\theta}_r$ 作为 RCFWN1 补偿器的输入信号。为了使系统简单和易于实现，提高系统的实时控制能力，采用单尺度 RCFWN1 补偿器，由 5 层前馈网络构成，如图 4.15 所示。

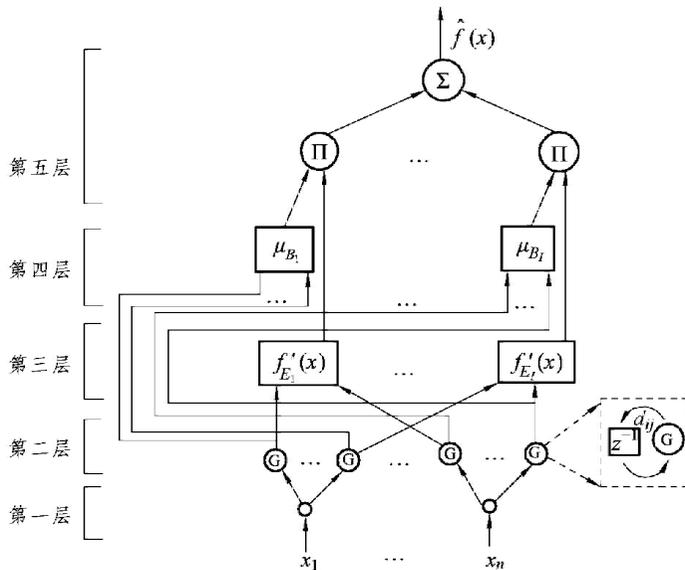


图 4.15 递归 RCFWN 补偿器的结构图

第一层为输入层。输入为 $I_1^{(1)} = e$, $I_2^{(1)} = \dot{e}$ 。输出为

$$O_1^{(1)} = e, O_2^{(1)} = \dot{e} \quad (4.36)$$

第二层为模糊化加递归层。输入为

$$I_{ij}^{(2)}(k) = O_i^{(1)}(k) + d_{ij} O_{ij}^{(2)}(k-1), j = 1, 2; i = 1, \dots, I \quad (4.37)$$

其中， I 为模糊规则数。小波隶属函数选取 $\psi(x) = \cos(0.5x)\exp(-5x^2)$ 。输出为

$$O_{ij}^{(2)}(k) = \psi_{p_{i,j}, l_{p_{i,j}}}(I_{ij}^{(2)}(k)) \quad (4.38)$$

第三层是规则层。输入为 $I_{ij}^{(3)}(k) = O_{ij}^{(2)}(k)$ 。每个节点代表 P_i 分辨率因子下的子模糊系统 $f'_{E_i}(X)$ ，函数网络的输出为

$$O_i^{(3)} = f'_{E_i}(X) = \frac{\sum_{k=1}^{I_{B_i}} y_{L_k} \Phi_{P_i, L_k}(X)}{\sum_{k=1}^{I_{B_i}} \Phi_{P_i, L_k}(X)} \quad (4.39)$$

第四层计算出频域内的隶属函数。输入为 $I_i^{(4)}(k) = O_i^{(3)}(k)$ ，输出为

$$O_i^{(4)} = \mu_{B_i}(P_i, X) = \prod_{j=1}^n \mu_{B_i}(p_{i,j}, x_j) \quad (4.40)$$

第五层是输出层。基于多分辨率的模糊系统，根据第三层输出 $O_i^{(3)} = f'_{E_i}(X)$ 和第四层输出 $O_i^{(4)} = \mu_{B_i}(P_i, X)$ ，利用下式计算出输出：

$$O_i^{(5)} = \Delta i_q = \frac{\sum_{i=1}^I \mu_{B_i}(P_i, X) f'_{E_i}(X)}{\sum_{i=1}^I \mu_{B_i}(P_i, X)} = \sum_{i=1}^I \hat{\mu}_{B_i}(P_i, X) \frac{\sum_{k=1}^{I_{B_i}} w_{ik} \Phi_{P_i, L_k}(X)}{\sum_{k=1}^{I_{B_i}} \Phi_{P_i, L_k}(X)} \quad (4.41)$$

其中， $X = [e, \dot{e}]^T$ 。

定义能量函数为

$$J = \frac{1}{2} (\theta_r^* - \theta_r)^2 = \frac{1}{2} e^2 \quad (4.42)$$

考虑到控制的实时性，对 RCFWN1 参数的调整采用梯度下降法，反向计算每层权值。输出层的权值梯度为

$$\frac{\partial J}{\partial w_{ik}(m)} = \frac{\partial J}{\partial O^5} I_{ik}^5(m) \quad (4.43)$$

权值的更新算法为

$$w_{ik}(m+1) = w_{ik}(m) - \eta_w \frac{\partial J}{\partial w_{ik}(m)} \quad (4.44)$$

中间层非线性参数的修正为

$$\frac{\partial J}{\partial l_{p_{i,j}}} = \frac{\partial J}{\partial O^5} \frac{\partial O^5}{\partial O_i^4} \frac{\partial O_i^4}{\partial O_i^3} \frac{\partial O_i^3}{\partial l_{p_{i,j}}} \quad (4.45)$$

$$l_{p_{i,j}}(m+1) = l_{p_{i,j}}(m) - \eta_l \frac{\partial J}{\partial l_{p_{i,j}}(m)} \quad (4.46)$$

$$\frac{\partial J}{\partial d_{ij}} = \frac{\partial J}{\partial O^5} \frac{\partial O^5}{\partial O_i^4} \frac{\partial O_i^4}{\partial O_i^3} \frac{\partial O_i^3}{\partial O_{ij}^2} \frac{\partial O_{ij}^2}{\partial I_{ij}^2} \frac{\partial I_{ij}^2}{\partial d_{ij}} \quad (4.47)$$

$$d_{ij}(m+1) = d_{ij}(m) - \eta_d \frac{\partial J}{\partial d_{ij}(m)} \quad (4.48)$$

其中， η_w 、 η_l 和 η_d 为学习速率， $0 < \eta_i < 1$ 。由于对象的不确定， $\partial J / \partial O^{(5)}$ 无法精确计算。为此引入如下自适应率：

$$\frac{\partial J}{\partial O^{(5)}} = A_1 e + A_2 \dot{e} \quad (4.49)$$

式中， A_1 和 A_2 为正常数，网络权值的初值取较小的数。

4.3.4 仿真结果分析

所用的永磁同步电机参数为： $n_N = 1\ 500$ r/min， $R_s = 2.875\ \Omega$ ， $L_d = L_q = 0.085$ H， $\psi_f = 0.175$ Wb， $J = 0.001\ 8$ kg·m²， $B = 0.002\ 2$ N·m·s/rad， $p_n = 2$ 。要求上升时间为 $t_{re} = 0.3$ s，无超调。在满足空载、额定条件及规定性能指标的条件下设计 IP 位置控制器，其参数如下：

$$K_p = 8.5, K_i = 190, K_s = 7.1$$

参数模型满足上述性能指标，设计为

$$\frac{\theta_r(s)}{\theta_r^*(s)} \Big|_{T_L(s)=0} = \frac{13\ 800}{s^3 + 85s^2 + 1\ 890s + 13\ 800} \quad (4.50)$$

利用 MATLAB/Simulink 软件对该系统进行仿真，位置给定信号为周期方波信号，周期为 3 s，幅值为 2π rad。为了考察控制器的性能，与一般 IP 控制器进行比较；同时考察负载转矩变化和参数变化时系统的响应，其中参数的变化包括机械惯量 J 的变化和阻力系数 B 的变化。中间层节点数 l 为 4。

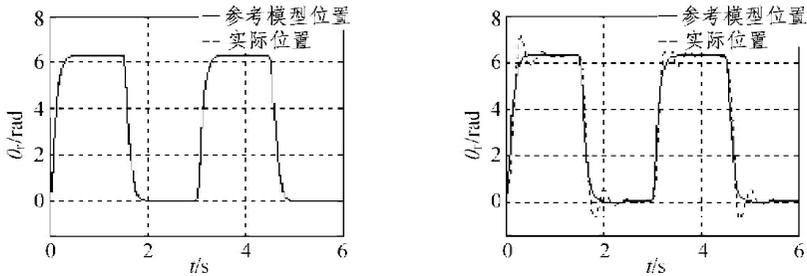
在下面两种情况下对该系统进行了仿真：第一种情况是 $T_L = 0$ N·m， $B' = B$ ， $J' = J$ ；第二种情况是 $T_L = 5$ N·m， $B' = 5B$ ， $J' = 5J$ 。

在上述两种情况下，分别对图 4.13 和图 4.14 所示的系统进行仿真，位置

输出控制的结果如图 4.16 和图 4.17 所示。对于图 4.15 中的 RCFWN 补偿器，在线训练学习率 $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 0.35$ 。

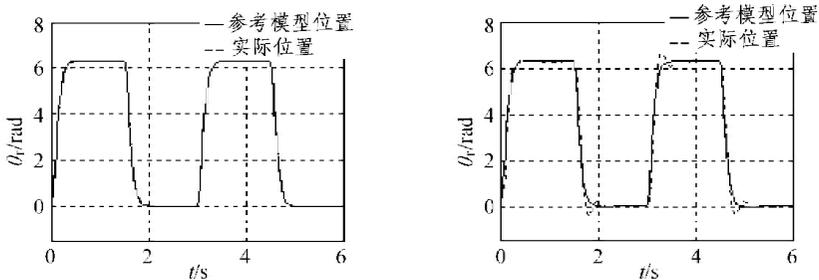
对于图 4.14 所示的系统，在 $J' = 3J$ 时，突加输入从 0 变化到 2π rad，参考模型和实际位置输出的响应如图 4.18 所示。

从仿真结果可以看出，常规 IP 位置控制器在参数变化或负载扰动时，跟踪误差较大，鲁棒性较差。本节提出的 IP 混合控制器对参数变化和负载干扰具有较好的抗干扰性，跟踪快速性好。



(a) 当 $T_L = 0 \text{ N}\cdot\text{m}$, $B' = B$, $J' = J$ 时 (b) 当 $T_L = 5 \text{ N}\cdot\text{m}$, $B' = 5B$, $J' = 5J$ 时

图 4.16 在 IP 控制下位置输出控制的结果



(a) 当 $T_L = 0 \text{ N}\cdot\text{m}$, $B' = B$, $J' = J$ 时 (b) 当 $T_L = 5 \text{ N}\cdot\text{m}$, $B' = 5B$, $J' = 5J$ 时

图 4.17 在 IP 混合控制器控制下位置输出控制的结果

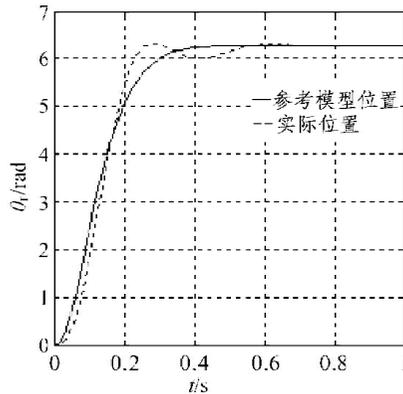


图 4.18 在 $J' = 3J$ 时，在 IP 混合控制器控制下参考模型和实际输出的响应

4.4 永磁同步电机滑模变结构位置控制

线性二次型 (Linear Quadratic , LQ) 最优控制是线性系统状态反馈控制中的一种优良方法。人们已将 LQ 方法用在永磁同步电机的控制中。但是其最优性能仅适合于额定条件下，鲁棒性差。变结构控制 (Variable Structure Control , VSC) 是一种有效处理不确定系统的控制方法，变结构控制策略已应用在交流伺服驱动系统中。变结构控制提供了很多优良性能，如对参数变化不敏感，抗外部干扰能力强，动态响应快速。一般滑模变结构控制器的设计分成两相：到达相和滑模相。一旦被控系统的状态进入滑模方式，滑模面的选择决定了系统的动态性能，与系统不确定因素无关。于是，如何决定不确定边界成为变结构控制的一个主要问题。另一方面，在应用滑模变结构控制时需克服抖振现象，否则抖振现象将影响跟踪性能，产生电流谐波和噪声。

在转子旋转坐标系上，使 d 轴定子电流 $i_d = 0$ ，由式 (1.52) 和式 (1.53) 得永磁同步电机的数学模型可表示为

$$\dot{i}_q = -\frac{R_s}{L_q} i_q + \frac{1}{L_q} u_q - \frac{\psi_f}{L_q} \omega_r \quad (4.51)$$

$$\dot{\omega}_r = \frac{p_n K_t}{J} i_q - \frac{B}{J} \omega_r - \frac{p_n}{J} T_L \quad (4.52)$$

转矩方程为

$$T_e = K_t i_q \quad (4.53)$$

设定数学模型中的系数 $a = -B/J$, $b = K_t p_n / J$, $d = T_L p_n / J$ 。

由于在位置控制中采用电流控制，永磁同步电机的数学模型可写成式(4.52)的速度模型和如下的转子位置模型：

$$\dot{\theta}_r = \omega_r \quad (4.54)$$

对于转子磁场定向控制，在转子旋转坐标系上，将控制信号 i_q^* 经过 $3s/2r$ 变换形成三相电流给定信号，分别与三相实际电流比较，产生电流跟踪的 PWM 信号。因此，电流控制要求绝对转子位置。

4.4.1 LQ 位置控制算法

1. 增广的状态空间描述

在最优控制中，采用二次型控制形成状态反馈，其控制律如下：

$$u(t) = -kx(t) + u_c(t) \quad (4.55)$$

其中， k 为反馈增益矩阵， $k = [k_1 \ k_2 \ k_3]^T$ ； $u(t)$ 为 i_q ； $u_c(t)$ 为补偿输入。由于在伺服跟踪控制系统中，寻找补偿输入 $u_c(t)$ 很困难，因此，定义一个新的跟踪控制状态^[20]

$$\dot{z} = \theta_r - \theta_r^* \quad (4.56)$$

其中， θ_r^* 为参考输入。如果定义状态变量

$$x_1 = \omega_r, \quad x_2 = \theta_r, \quad x_3 = z \quad (4.57)$$

则永磁同步电机位置控制增广系统可以表示成

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{B}{J} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{K_v p_n}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} i_q - \begin{bmatrix} \frac{p_n}{J} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} T_L - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \theta_r \\ &= \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t) - [p_n/J \quad 0 \quad 0]^T T_L - [0 \quad 0 \quad 1] \theta_r \end{aligned} \quad (4.58)$$

显然，该系统是可控的。如果采用下面的控制律，在控制系统稳态时， z 为零。

$$u(t) = -k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 x_3 = -kx(t) \quad (4.59)$$

控制系统的方框图如图 4.19 所示。可见，该位置控制可以消除由外部干扰导致的稳态误差。如果该系统渐近稳定，整个系统对参数变化或反馈增益变化是鲁棒的。

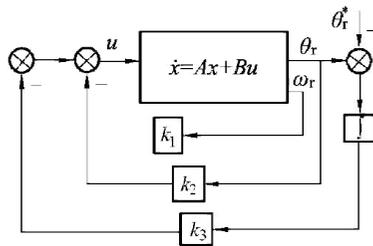


图 4.19 LQ 控制系统的方框图

2. LQ 控制算法

状态反馈控制增益 k 的选择，建立在最优控制律基础上，目标是使性能指标最小。定义如下性能指标：

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (4.60)$$

其中，权值矩阵 Q 是非负定的， R 是正定的。为了得到最优控制律，需要解 Ricatti 方程：

$$A^T P + PA - PBR^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (4.61)$$

设 \bar{P} 是式 (4.61) 的解，非负定。为此，存在式 (4.59) 所示控制，使性能指标 J 最小。反馈增益为

$$\mathbf{k} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \bar{\mathbf{P}} \quad (4.62)$$

然而,当扰动存在时,需要一个大的反馈增益 \mathbf{k} 来快速地减小误差,这样会产生一个大的电流命令,而且 \mathbf{k} 中的系数太大,系统的稳定性将变差。因此,要求一种新的算法,能降低扰动对瞬态的影响,不会对整个系统的性能带来危害。

4.4.2 变结构的 LQ (LQ-VSC) 控制

定义开关函数为^[21]

$$S(x, t) = \mathbf{C}^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) - \mathbf{C}^T (\mathbf{A} - \mathbf{BK}) \cdot \int_0^t \mathbf{x}(\tau) d\tau = 0 \quad (4.63)$$

其中, \mathbf{x}_0 是 \mathbf{x} 的初值, \mathbf{C} 为常矢量, $\mathbf{C}^T = [1/b, 0, 0]$; 要求 $\mathbf{C}^T \mathbf{b} \neq 0$ 。

由于最优控制是在电机额定参数下设计的,当这些参数发生变化或存在扰动时,最优指标不能满足要求,系统性能恶化,稳态误差增加,因此,研究 SVC 控制时,首先在扰动存在时,重写系统的数学模型为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = (\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A}) \mathbf{x} + (\mathbf{B} + \Delta \mathbf{B}) \mathbf{u} + \mathbf{d} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \theta_r \quad (4.64)$$

其中, $\Delta \mathbf{A}$ 和 $\Delta \mathbf{B}$ 表示不确定的参数变化, \mathbf{d} 表示外部扰动。式 (4.64) 也可以写为

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{p} - [0 \ 0 \ 1]^T \theta_r \quad (4.65)$$

其中, \mathbf{p} 表示整个扰动。实际上 \mathbf{p} 为标量函数,即

$$p = \Delta a x + \Delta b u + d \quad (4.66)$$

在扰动作用下,为了保证额定响应和系统能控制在滑模面上,采用如下新的控制方式:

$$\bar{\mathbf{u}}^* = -\mathbf{k}^T \mathbf{x} - \beta \operatorname{sgn}(S) = -k_1 x_1 - k_2 x_2 - k_3 x_3 - \beta \operatorname{sgn}(S) \quad (4.67)$$

其中, $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 为符号函数。 β 取整个扰动的上边界,即

$$\left| \frac{p}{b} \right| \leq \beta \quad (4.68)$$

定理 4.1：如果滑模变结构控制系统采用式 (4.59) 的位置控制，则式 (4.58) 所表示系统渐近稳定。

证明：由于

$$\begin{aligned} S\dot{S} &= S \left(\frac{1}{b} \dot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 - \frac{a}{b} x_1 \right) \\ &= S \left[\frac{1}{b} (a + \Delta a) x_1 + \frac{1}{b} (b + \Delta b) \bar{u}^* + k_1 x_1 + k_2 x_2 + k_3 x_3 - \frac{a}{b} x_1 \right] \end{aligned} \quad (4.69)$$

将式 (4.67) 代入式 (4.69)，可得

$$S\dot{S} \leq S \left[\frac{p}{b} - \beta \operatorname{sgn}(S) \right] \leq 0 \quad (4.70)$$

根据滑模变结构控制存在的条件，如果式 (4.70) 成立，则一定满足滑模面 $S(x, t) = 0$ 存在的条件，系统必定为渐近稳定，且 $x(t)$ 将滑向原点。

4.4.3 仿真结果分析

仿真所选择的权值矩阵 Q 和 R 分别为

$$Q = [3 \quad 780 \quad 1804], \quad R = 1$$

这时最优增益矩阵

$$k = [3.4 \quad 40 \quad 125]^T$$

此时，系统的极点分别为 -4.5 ， $-30.6 + j30.6$ ， $-30.6 - j30.6$ 。控制的目的是驱动电机旋转到给定位置，用传统的 LQ 控制和所提出的 LQ-VSC 控制分别对系统进行仿真实验。

为了减小抖振，可用平滑函数将控制律变为^[22]

$$\bar{u}^* = -k^T x - \beta \frac{S(t)}{|S(t)| + \delta} \quad (4.71)$$

其中, δ 为一个很小的常数, 取为 0.01。图 4.20 所示是在负载为 $4 \text{ N}\cdot\text{m}$ 和额定条件下系统的位置响应曲线, 此时阶跃输入为 $2\pi \text{ rad}$ 。可以看出, 在 LQ 控制和 LQ-VSC 控制下, 位置响应曲线是非常接近的。图 4.21 所示是在 $t = 2.5 \text{ s}$ 时, 空载运行突加负载转矩为 $4 \text{ N}\cdot\text{m}$ 时系统的位置响应曲线。图 4.22 所示是负载转矩为 $4 \text{ N}\cdot\text{m}$, 在系统内部参数变化时系统的位置响应曲线。其中, 图 4.22 (a) 所示是在 $t = 3.5 \text{ s}$ 时转动惯量 J 下降 500% 时系统的位置响应曲线, 图 4.22 (b) 所示是在 $t = 3.5 \text{ s}$ 时阻尼系数 B 增加 500% 时系统的位置响应曲线。可明显看到, 在 LQ 控制下系统受扰动的影响很大, 而在 LQ-VSC 控制下系统受扰动的影响很小。值得注意的是, 在实验中选择恰当的上边界 β 是非常重要的。

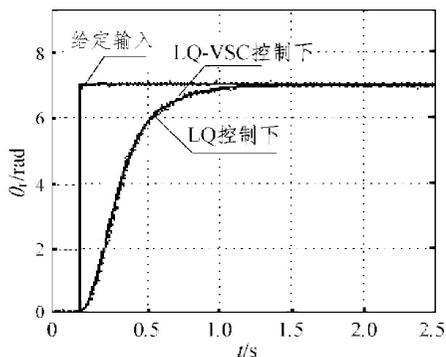


图 4.20 在额定条件下系统的位置响应曲线

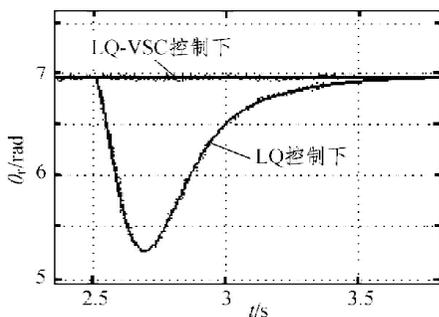
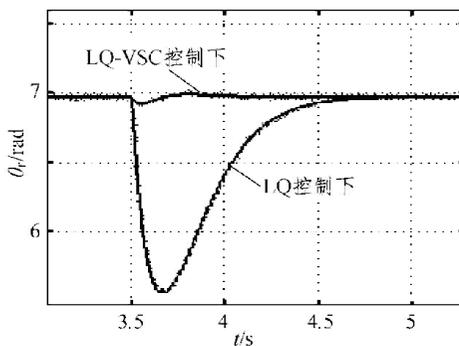
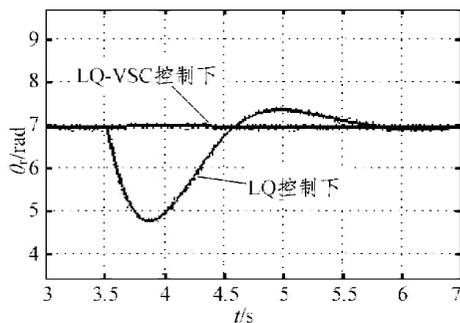


图 4.21 突加负载转矩时系统的位置响应曲线



(a) 转动惯量 J 变化时



(b) 阻尼系数 B 变化时

图 4.22 系统内部参数变化时系统的位置响应曲线

4.5 基于模糊小波辨识器的滑模变结构位置控制

4.5.1 滑模变结构控制原理

在转子旋转坐标系上，使 d 轴定子电流 $i_d = 0$ ，永磁同步电机的转矩方程和机械方程可以表示为

$$T_e = K_t i_q^*(t) \quad (4.72)$$

$$\ddot{\theta}_r = \frac{p_n K_t}{J} i_q^*(t) - \frac{B}{J} \dot{\theta}_r - \frac{p_n}{J} T_L = a \dot{\theta}_r + b i_q^*(t) + d T_L \quad (4.73)$$

式中，取系数 $a = -B/J$ ， $b = K_t p_n / J$ ， $d = -p_n / J$ 。

考虑扰动的存在，系统的数学模型写为

$$\begin{aligned} \ddot{\theta}_r &= (a + \Delta a) \dot{\theta}_r + (b + \Delta b) i_q^*(t) + (d + \Delta d) T_L \\ &= a \dot{\theta}_r + b i_q^*(t) + W(t) \end{aligned} \quad (4.74)$$

式中， $W(t)$ 为系统总的不确定分量，定义为

$$W(t) = \Delta a \dot{\theta}_r + \Delta b i_q^*(t) + (\Delta d) T_L \quad (4.75)$$

假设总的不确定分量的边界为

$$W(t) \leq \beta \quad (4.76)$$

式中， β 为正数。控制目的是寻找控制律 $i_q^*(t)$ ，以使转子位置 θ_r 能跟踪任何希望的命令 θ_r^* 。为了取得控制目的，定义误差 $e(t) = \theta_r^* - \theta_r$ 。

定义

$$S(t) = \dot{e}(t) + 2\lambda e(t) + \lambda^2 \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (4.77)$$