

第 1 章 绪 论

1.1 研究背景

经济学理论以及大量的实证研究表明，许多经济和金融变量的时间序列都是非平稳的，并且不少变量之间存在着非线性的长期均衡关系。例如，由于市场摩擦的存在，时间序列向长期均衡的调整不是连续机制和常速收敛的。Dumas (1992)、Sercu et al. (1995) 的研究表明，在汇率市场，交易成本的存在使得汇率长期偏离购买力平价 (Purchasing Parity Power, PPP); Dufrénot et al. (2000) 认为，在劳动力市场，工资谈判和公司的市场力量会阻止实际汇率因受到冲击而快速调整。Mitchell (1927)、Keynes (1936)、Burns 与 Mitchell (1946) 以及 Neftci (1984) 等的研究表明，经济周期具有非对称性；Cover (1992)、Karras (1996) 以及 Karras (1999) 的研究则表明，货币供给冲击对产出具有非对称性效应。Stutzer (1980)、Peter (1991)、Richards (2000) 以及 Henry (2004) 则证实了资本市场存在分形和非线性特征。

不完全信息、不对称的调整成本以及市场分割或制度不同，使得不确定下的优化模型向其目标的调整机制是不对称的，其结果是模型往往同时具有非线性和非平稳的特征。因此，很多学者认为，许多宏观经济变量序列以及金融经济变量序列间的关系用非线性非平稳来刻画更合适。

关于时间序列分析，目前成熟的研究主要集中在线性领域，Yule (1927) 是最早将自回归模型用于太阳黑子数据分析的，而 Box 与 Jenkins (1970) 所做的研究则标志着线性 ARIMA 模型建模方法的成熟。然而这种建模技术受到了 Hendr 与 Mizon (1978)、Davidson (1978) 的质疑，原因是该技术通过差分使变量平稳会损失水平信息。Granger 等 (1981, 1983, 1987) 提出的协整理论则为矛盾解决提供了新思路。Granger 等认为，虽然单个变量是非平稳的，但系统变量的某种组合却是平稳的，从而反映了水平变量间的关系。协整理论很好地将分析基础由平稳性延展到非平稳性，是非平稳时间序列研究的重大突破。Abadir 和 Taylor (1999) 进一步将协整理论推广到分数阶，即将传

统的 $I(1)$ 与 $I(0)$ 分析框架拓宽至 $I(d)$ 与 $I(d_1)$ ($d > d_1$) 分析框架。

上述时间序列分析理论仍然是基于线性结构的,直到 Tong (1990, 1995) 创建门限自回归模型 (Threshold Autoregressive Model, TAR), 而 Balk 与 Fomby (1997) 则提出了两变量的非线性调整的门限协整模型, 从而将非线性引入时间序列分析。Engle (1982) 在对时间序列波动的持续性研究中开创性地提出了自回归条件异方差模型 (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity Model, ARCH), 其后, 大量的 ARCH 模型的各种变化形式和应用成果不断涌现, 成为现代计量的一个重要研究领域; Stutzer (1980) \ Day (1982, 1983) 将混沌与分形理论引入非线性时间序列分析, 其后, 大量的学者研究经济时间序列是否存在混沌与分形特征, 从而掀起另一个对非线性时间序列分析领域进行研究的浪潮。另一方面, Tjøstheim (1994) \ Yao 与 Tong (1995) \ Härdle 等 (1997) 以及 Masry 与 Fan (1997) 研究了非参数回归方法, Fan 与 Yao (2005) 认为, 非参数方法的优点为对模型结构的先验信息要求很少, 这为进一步的参数拟合提供了有用的感性认识, 不过对于时间分布过长的大的实际集合, 参数模型的有效性值得怀疑, 这也使得利用计算机手段来识别复杂数据结构得以迅速发展。Cybenko (1989) \ White (1988, 1989) \ Hornik et al. (1989) \ Kuan and White (1990) \ Barron (1991) 以及 Kuan and Liu (1995) 较早研究了用神经网络方法来逼近未知函数。

21 世纪, 随着计算机及统计、计量软件的飞速发展, 上述非线性时间序列分析方法都取得了众多的研究成果, 得到了广泛的应用, 并进一步相互融合, 形成时间序列分析的新的研究领域。基于非线性非平稳的时间序列分析以及在其基础上建立起来的非线性协整理论的研究也正在起步, 成为当前研究的热点问题。

1.2 研究的目的是和意义

1.2.1 研究的目的

研究的目的: 通过系统研究和梳理非线性协整理论的相关研究, 整理和完善了非线性非平稳情形下展开的非线性协整理论的研究: 相关定义、非线性存在性问题、时间序列中的混沌与分形特征、非线性非平稳的非参数检验方

法以及非线性协整的非参数检验与估计方法等，并在此基础上进行相应的宏观经济领域与金融市场的应用研究。

1.2.2 研究的意义

理论意义：目前，国际上关于非线性非平稳时间序列的理论还没有形成一个完善清晰的体系，希望通过本书的研究，能够进一步填补这方面的不足，进而理清理论的脉络，同时提供一个较为完整的非线性协整的非参数分析框架。

现实意义：很多经济现象中的长期均衡具有非线性特征，而我国市场经济体制的发育还不完善，经济发展和金融市场中的非线性和非对称性波动特征很明显，这就需要用非线性协整关系模型来进行分析和研究。通过对非线性协整关系模型的研究，可进一步研究其在经济发展和金融市场中的应用，这一方面可以清楚地揭示经济发展和金融市场中各种变量之间长期的相互依赖关系和相互作用机制，另一方面则可以更清楚地揭示由于随机冲击导致的失衡出现时各种经济与金融变量的短期动态调整机制。这不仅丰富和完善协整关系模型的理论和方法，而且有助于政府更准确地把握经济和金融变量之间的相互作用和演化关系，以便更好地制定经济和金融政策进行宏观调控。故而这一研究具有重要的应用价值。特别是目前情形下，进行相应的经济与金融市场的实证研究和对策分析具有非常重要的现实意义。

1.3 研究现状与文献综述

关于非线性非平稳时间序列理论，目前国际上还没有一个完整的分析框架，而非线性函数的未知性，使得非参数方法在该领域的研究中具有重要的地位。从文献来看，当前该领域主要讨论如下几个方面的问题。

1.3.1 非线性协整的定义问题

1. 基于线性协整的推广

线性协整理论的成熟与广泛应用进一步促进了学者们对非线性协整领域的研究。关于非线性协整的概念，最初是由 Granger (1991)、Granger 和 Hallman (1991)、Meese 和 Rose (1991) 提出的，他们是基于线性可加模型的思想进行

推广的,仍然沿用了 $I(1)$ 与 $I(0)$ 分析框架。他们提出的非线性协整的定义如下:

定义 1-1 对于时间序列 $\{x_t\}$ 和 $\{y_t\}$, 如果存在非线性可测函数 $\theta(\cdot)$ 和 $\varphi(\cdot)$, 使得 $\theta(\cdot)$ 和 $\varphi(\cdot)$ 都是 $I(1)$, 且存在一个非零列向量 $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)'$, 使得两者的线性组合 $\alpha'(\theta(x_t), \varphi(y_t))$ 是一个 $I(0)$ 序列, 则称序列 $\{x_t\}$ 和 $\{y_t\}$ 是非线性协整的。也即: 非线性变换变量之间的线性协整就是原始变量之间的非线性协整。

该定义可以推广到多个变量的情形:

定义 1-2 对于 n 个时间序列 $\{x_{1t}\}, \{x_{2t}\}, \dots, \{x_{nt}\}$, 若存在一个 k 维非零向量 $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)'$ 和一个函数向量 $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = [f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \dots, f_k(x_1, x_2, \dots, x_n)]'$, 这里, 每个函数序列 $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n), i = 1, 2, \dots, k$ 都是 $I(1)$, 使得线性组合 $\alpha'f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ 是一个 $I(0)$ 序列, 则称序列 $\{x_{1t}\}, \{x_{2t}\}, \dots, \{x_{nt}\}$ 是非线性协整的。

Hallman (1991) 证明, 即使非平稳的原始序列之间不具有线性协整关系, 它们的非线性变换或许也是协整的。考虑到非线性变换不再保持线性协整的一些性质, Ganger (1995) 使用扩展记忆 (Extended Memory) 对 $I(1)$ 的概念进行了扩展: 如果序列本身是扩展记忆的, 它们的变化又是短期记忆的, 则这种情形被称为 $I(1)$ 。扩展记忆的概念定义如下:

对序列 $\{Y_t\}$ 和信息集 $I_t = \{Y_{t-j}, j \geq 0\}$, 且 $E[Y_t] = c$, c 为一常数, 定义均值意义上的条件 h 步预测为 $E[Y_{t+h} | I_t] = f_{t,h}, h > 0$, 则扩展记忆可定义为:

定义 1-3 当 $h \rightarrow \infty$ 有 $f_{t,h} \rightarrow c$, 即随着时间的推移, I_t 中的可用信息渐渐不再相关, 则称 $\{Y_t\}$ 为均值意义上的短期记忆 (Short Memory in Mean, SMM)。

定义 1-4 如果 $\{Y_t\}$ 不是 SMM, 也即对所有的 h , $f_{t,h}$ 是 I_t 的函数, 则称 $\{Y_t\}$ 为均值意义上的扩展记忆 (Extended Memory in Mean, EMM)。

Ganger 等给出的上述非线性协整定义只考虑了整数阶协整变量序列之间的长期均衡关系, 而没有考虑分数阶协整序列之间的长期均衡关系。为了使非线性协整的概念也可以包含分数阶协整序列间的长期均衡关系, Abadir 和 Taylor (1999) 对上述定义进行了扩展:

定义 1-5a 对于一个序列 $\{x_t\}$, 如果其 d 次差分序列可用自回归 (AR) 和移动平均 (MA) 表示, 且两者在 $L=1$ 都是绝对可加的, 则称该序列为 d 次协整序列, 记为 $x_t \sim I(d)$, $y_t = \Delta^d x_t \sim I(0)$ 。

定义 1-5b 对于一个序列 $\{x_t\}$, 如果使用滤波器 Δ^{d-v} 和 $\{1 - \exp(i\theta)L\}^v$, 对于所有的 $v \in (-1/2, 1/2)$ 和所有的 $\theta \in (0, 2\pi)$, 使得 $y_{t,v,\theta} = \Delta^{d-v} \{1 - \exp(i\theta)\}^v x_t$ 为可逆的 Wold 表达序列, 则称该序列为 d 阶协整序列。

定义 1-6 (两变量非线性协整) 对于序列 $\{x_t\}$ 和 $\{y_t\}$, 有 $x_t \sim I(d)$ 和

$y_t \sim I(b)$ ，如果存在函数 $g(\cdot)$ 使得 $z_t = x_t + g(y_t) \sim I(s)$ ，且 $s < \min(d, b)$ ，则称这两个序列 $\{x_t\}$ 和 $\{y_t\}$ 是非线性协整的。

显然，如此定义的协整也允许不同阶协整序列存在非线性长期均衡关系。

然而，将线性协整概念直接推广到非线性的情形，其困难在于非平稳序列的非线性变换并不保持原始序列的原有性质，因而难以在通常的协整概念框架内进行检验和推断。从文献综合来看出现了两种解决思路：利用“吸引子”概念以及利用邻代依赖概念。

2. 利用“吸引子”概念

Ganger (1991) 提出了长期记忆和短期记忆序列的概念，以区分序列的“记忆性”。这一概念的思想可以用混沌与分形理论加以研究。在频域的相关研究中，Markellos (1997) 研究表明， n 个随机过程如果具有拓扑共轭，则在共同的“吸引子”上均衡且具有瞬时调整机制。他利用李雅普诺夫谱得到了一个相空间分析中等同于 $I(1)$ 序列的定义。

定义 1-7 设时间序列 $\{x_t\}$ 与 $\{y_t\}$ ，若满足：

(1) 两序列的最大 Lyapunov 指数值为 0；

(2) 存在一个混合函数 $C(x_t, y_t)$ ，使得其最大 Lyapunov 指数值为负数，则称两序列是非线性协整的。

定义 1-7 可以推广到多元情形。

显然，该定义的关键是能够给出混合函数。Dufrénot 与 Mignon (2002) 提出利用神经网络对非线性函数的逼近能力来近似求出混合函数，如此，就可以应用最大 Lyapunov 指数来讨论序列间是否具有非线性协整。

3. 利用邻代依赖 (Near-Epoch Dependent, NED) 概念

Gallant and White (1988) 使用邻代依赖 NED 概念来构建非线性过程，非线性过程是指假设是强混合过程的邻代依赖函数。Wooldridge and White (1988) 及 Davidson (1994) 给出了 NED 变量的泛函中心极限定理，在此基础上可给出类似于单整 $I(0)$ 和 $I(1)$ 序列的定义。

线性协整理论框架构建于非平稳时间序列之上，这些非平稳时间序列经过差分以后就变换为平稳序列，也就是差分平稳序列，而差分平稳序列则基于随机游走序列。显然，为了使协整概念能推广到非线性领域，就有必要对非平稳序列的概念加以扩展。为此，需先给出强混合过程和邻代依赖 (NED) 过程的定义。

定义 1-8 (强混合过程的定义) 令 $\{v_t\}$ 是一个随机变量序列， $F_s^t \equiv \sigma(v_s, \dots, v_t)$

\dots, v_t) 是其上生成的 σ 代数, 定义 α 混合系数为:

$$\alpha_m \equiv \sup_t \sup_{\{F \in \mathcal{F}_{-\infty}^t, G \in \mathcal{F}_{t+m}^\infty\}} |P(G \cap F) - P(G)P(F)|$$

如果随着 $m \rightarrow \infty$, 有 $\alpha \rightarrow 0$, 则过程 $\{v_t\}$ 就称为强混合的, 也称为 α 混合的。

系数 α_m 测度了含在至少被 m 个时期分割的变量中的事件之间的相依程度, 如果对于所有的 $\lambda < -a$, $\alpha_m = o(m^\lambda)$, 则 α_m 被称为具有大小 $-a$ 。

定义 1-9 (邻代依赖 (NED) 过程的定义) 令 $\{w_t\}$ 是一个随机变量序列, 对于所有的 t , 有 $E\{w_t^2\} < \infty$, 给定 $\phi(n)$ 为:

$$\phi(n) \equiv \sup_t \|w_t - E_{t-n}^{t+n}(w_t)\|_2$$

其中 $E_{t-n}^{t+n}(w_t) = E(w_t | v_{t-n}, \dots, v_{t+n})$, 而 $\|\cdot\|_2$ 是随机变量的 L_2 模, 定义为 $E^{1/2}|\cdot|^2$ 。

如果 $\phi(n)$ 的大小是 $-a$, 则称 $\{w_t\}$ 是依基础序列 $\{v_t\}$ 的大小为 $-a$ 的邻代依赖。

基于强混合和邻代依赖过程, 可将平稳 $I(0)$ 序列和非平稳 $I(1)$ 单整序列以及非平稳序列的线性协整关系的概念都加以扩展。

非平稳 $I(1)$ 序列的定义: 一个序列 $\{w_t\}$, 如果它依基础 α 混合序列 $\{v_t\}$ 是 NED, 而由 $x_t = \sum_{s=1}^t w_s$ 给定的序列 $\{x_t\}$ 不是依 $\{v_t\}$ 的 NED, 则称此序列为 $I(0)$, 并称 $\{x_t\}$ 为 $I(1)$ 。

两变量协整的定义: 两个 $I(1)$ 序列 $\{x_t\}$ 和 $\{y_t\}$, 如果 $y_t - \beta_{12}x_t$ 是依一个特定 α 混合序列的 NED, 但对于 $\delta_{12} \neq \beta_{12}$, $y_t - \delta_{12}x_t$ 不是 NED, 则称这两个序列是 (线性) 协整的, 具有协整向量 $\beta = (1, -\beta_{12})$ 。

显然, 这种线性协整的定义并不难推广到多变量序列的情形, 并且也可推广到非线性协整的情形。

Granger (1995) 认为, 混合性可以与记忆性相联系来理解, 也即, SMM 可看作均值意义上的混合, 而 EMM 则等价于均值意义上的非混合。由此可知, 邻代依赖概念主要是从纯数学的角度对时间序列间的非线性关系加以描述和规范的。

由上述定义可见, 目前对于非平稳时间序列的非线性协整还没有较为统一的定义, 需要进一步加以研究明晰。

1.3.2 时间序列中的非线性存在性问题

关于单个时间序列可能被忽略的非线性性, Lee, White 与 Granger (1993) 定义了条件均值意义上的非线性概念, 对其检验的方法有参数检验方法和非

参数检验方法。其中，参数检验方法有：Ramsey (1969) 最早提出的一种对线性进行最小二乘分析的规范检验，称为 RESET 检验，它较容易用于线性 AR(p)模型；Keennan (1985) 提出了该检验的简化版本，即只考虑估计值的平方项，但修正了 RESET 检验可能存在的多重共线性；Tsay (1986) 则选择了不同的回归量，即将交叉项也考虑进来以改进检验功效。RESET 检验主要对平均的线性偏离程度很敏感。McLeod 与 Li (1983) 使用了从线性模型中得到的残差平方来考察对所有的 k ，残差平方的 k 阶相关系数与残差的 k 阶相关系数的平方的偏离程度，偏离意味着非线性。而非参数检验方法主要有：McLeod 与 Li (1983) 提出的对从线性模型中得到的残差平方应用 Ljung-Box Q 统计量来检验非线性性。Hinich (1982) 最早提出利用双谱检验来检测序列的线性性和正态性；Ashley, Patterson 与 Hinich (1986) 做了进一步的讨论，发现双谱检验对均值意义上的线性偏离很敏感。Brock, Dechert, Scheinkman (1986) 在研究混沌检验过程中得到了一种适合于鉴别通常的随机非线性性的检验，称之为 BDS 检验，其对均值意义上的线性偏离也很敏感。Lee, White 与 Granger (1993) 提出了神经网络检验，并与其他非线性检验进行 MC 比较，结果表明，其具有较强的功效，但检验的任何一个都不能支配其他检验。因此，我们认为，在进行序列的非线性检验时，有必要进行组合检验。

1.3.3 非线性时间序列混沌与分形特征检验问题

从本质上讲，世界是非线性的，对于确定性系统的研究表明：在一定条件下，非线性系统将导致混沌。而对于社会经济系统，由于运行机理复杂，影响因素众多，很难建立严格意义上正确的数学模型。反映经济运行的各项经济指标，其时间序列往往也表现出非线性性，使用基于线性理论的分析方法，只能得到近似的相关结果。因此，众多学者转而利用混沌与分形相关理论来分析复杂的经济系统中的非线性问题。

Stutzer (1980) 最先在 Havelmo 经济增长方程中发现宏观经济系统的混沌现象。Day (1982, 1983) 的研究完成了复杂经济学理论上和试验上的突破。此后，大量的学者在经济和金融，特别是证券市场股指、汇率变化方面找到了混沌的证据，例如：Barnett (1985)、Barnett 与 Chen Ping (1988)、Peters (1991, 1999)、Hsieh (1989)、Kodres (1991) 以及 Philipatos (1993) 等的相关研究，说明许多金融市场都具有复杂的动力学行为。Peters (1994) 提出了用分形市场假设来解释资本市场的运作机制，并积极倡导将分形技术用于实际