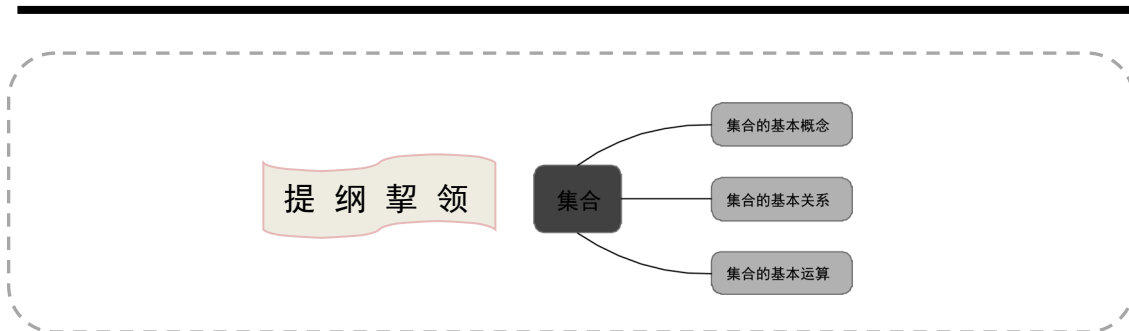


# 第一部分 复习专题



## 复习专题一 集 合



### 知识建档 ◆ 快速扫描



1. □ □ □ □ □

- (1) 集合元素的三个特征：\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_。
- (2) 元素与集合的关系是\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_关系，用符号\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_表示。
- (3) 集合的表示法：\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_。
- (4) 常见数集的记法

集合	自然数集	正整数集	整数集	有理数集	实数集
符号					




2. □ □ □ □ □ □ □ □ □

(1) 集合关系图解

关系	韦恩(Venn)图表示	符号表示
子集		真子集 $A \subset B$
_____		集合相等 $A = B$

(2) 不含任何元素的集合叫做\_\_\_\_\_，记作\_\_\_\_\_，并规定空集是任何集合的\_\_\_\_\_，是任何非空集合的\_\_\_\_\_。

3. □ □ □ □ □ □ □ □

	集合的并集	集合的交集	集合的补集
图形语言			

符号语言	$A \cap B = \{ \quad \quad \quad \}$	$A \cup B = \{ \quad \quad \quad \}$	$\complement_U A = \{ \quad \quad \quad \}$
------	--------------------------------------	--------------------------------------	---

4. □ □ □ □

- (1) 子集的性质： $A \subseteq A, \emptyset \subseteq A, A \cap B \subseteq A, A \cap B \subseteq B$ .
- (2) 交集的性质： $A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset, A \cap B \subseteq A \cap B$ .
- (3) 并集的性质： $A \cup B = A \cup B, A \cup B \supseteq A, A \cup B \supseteq B, A \cap A = A, A \cap \emptyset = \emptyset = A \cap A$ .
- (4) 补集的性质： $A \cap \complement_U A = \emptyset, A \cup \complement_U A = U, \complement_U(\complement_U A) = A, \complement_U A \cap A = \emptyset, \complement_U \emptyset = U$ .
- (5) 含有  $n$  个元素的集合共有  $2^n$  个子集，其中有  $2^n - 1$  个真子集， $2^n - 1$  个非空子集。
- (6) 等价关系： $A = B \Leftrightarrow A \subseteq B \text{ 且 } B \subseteq A$ ； $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B$ .

自测温故☆知己知彼

1. 若集合  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 3\}$ ， $a = 6$ ，则下列结论正确的是( ).
  - A.  $\{a\} \subseteq A$
  - B.  $a \subseteq A$
  - C.  $\{a\} \in A$
  - D.  $a \notin A$
2. 已知集合  $A = \{x \mid x^2 - 2x = 0\}$ ， $B = \{0, 1, 2\}$ ，则  $A \cap B =$  ( ).
  - A.  $\{0\}$
  - B.  $\{0, 1\}$
  - C.  $\{0, 2\}$
  - D.  $\{0, 1, 2\}$
3. 已知全集  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合  $M = \{3, 4, 5\}$ ， $N = \{1, 2, 5\}$ ，则集合  $\{1, 2\}$  可以表示( ).
  - A.  $M \cap N$
  - B.  $(\complement_U M) \cap N$
  - C.  $M \cap (\complement_U N)$
  - D.  $(\complement_U M) \cap (\complement_U N)$
4. 已知集合  $S = \{x \mid 3x + a = 0\}$ ，如果  $1 \in S$ ，那么  $a$  的值为( ).
  - A. -3
  - B. -1
  - C. 1
  - D. 3
5. 设全集  $U = \{x \in \mathbf{N} \mid x < 2\}$ ，集合  $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x^2 = 5\}$ ，则  $\complement_U A =$  ( ).
  - A.  $\emptyset$
  - B.  $\{2\}$
  - C.  $\{5\}$
  - D.  $\{2, 5\}$
6. 已知集合  $A = \{x \mid 2x^2 - 5x - 3 \leq 0\}$ ， $B = \{x \in \mathbf{Z} \mid x < 2\}$ ，则  $A \cap B$  中的元素个数为( ).
  - A. 2
  - B. 3
  - C. 4
  - D. 5
7. 已知  $a \in \mathbf{R}$ ，若  $\{-1, 0, 1\} = \{\frac{1}{a}, a^2, 0\}$ ，则  $a =$  \_\_\_\_\_.
8. 已知集合  $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ， $N = \{1, 3, 5\}$ ，则集合  $M \cap N$  的子集的个数为\_\_\_\_\_.
9. 已知  $U = \{\alpha \mid 0^\circ < \alpha < 180^\circ\}$ ， $A = \{x \mid x \text{ 是锐角}\}$ ， $B = \{x \mid x \text{ 是钝角}\}$ ，则  $\complement_U(A \cap B) =$  \_\_\_\_\_.
10. 方程组  $\begin{cases} x + y = 1, \\ 2x - y = 1 \end{cases}$  的解集为\_\_\_\_\_.



## 突破考点★典例精讲

## ◎ 考点一 集合的基本概念

- 典例** 11. 已知集合  $M = \{1, m+2, m^2+4\}$ , 且  $5 \in M$ , 则  $m$  的值为( ).  
 A. 1 或 -1                      B. -1 或 3                      C. 1 或 3                      D. 1, -1 或 3
12. 已知集合  $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 = 1\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = x\}$ , 则  $A \cap B$  中元素的个数为( ).  
 A. 3                                  B. 2                                  C. 1                                  D. 0
13. 已知  $a, b \in \mathbf{R}$ , 若  $\left\{a, \frac{b}{a}, 1\right\} = \{a^2, a+b, 0\}$ , 则  $a^{2022} + b^{2022}$  的值为( ).  
 A. 1                                  B. 0                                  C. -1                                  D.  $\pm 1$

## ◎ 考点二 集合间的基本关系

- 典例** 14. 设集合  $P = \{x | x > 1\}$ ,  $Q = \{x | x^2 - x > 0\}$ , 则下列结论正确的是( ).  
 A.  $P \subseteq Q$                           B.  $Q \subseteq P$                           C.  $P = Q$                           D.  $P \cap Q = \mathbf{R}$
15. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ ,  $B = \{x | 0 < x < 5, x \in \mathbf{N}\}$ , 则满足条件  $A \subseteq C \subseteq B$  的集合  $C$  的个数为( ).  
 A. 1                                  B. 2                                  C. 3                                  D. 4
16. 已知集合  $A = \{x | -1 < x < 3\}$ ,  $B = \{x | -m < x < m\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 则  $m$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

## ◎ 考点三 集合的基本运算 (高频考点)



## 注意

集合的基本运算是历年重庆市分类考试的热点, 每年必考, 常和不等式的解集、函数的定义域、值域相结合命题, 主要以选择题的形式出现. 试题难度不大, 为低档题.

高职分类考试对集合运算的考查主要有以下两个命题角度:

- (1) 求集合间的交、并、补运算;  
 (2) 已知集合的运算结果求参数的值(或参数的取值范围).

- 典例** 17. 设集合  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{-1, 0, 2, 3\}$ ,  $C = \{x \in \mathbf{R} | -1 < x < 2\}$ , 则  $(A \cap B) \cap C =$  ( ).  
 A.  $\{-1, 1\}$                           B.  $\{0, 1\}$   
 C.  $\{-1, 0, 1\}$                       D.  $\{2, 3, 4\}$
18. 已知集合  $A = \{x | \log_2 x \leq 1\}$ ,  $B = \{x | x^2 - x - 6 < 0\}$ , 则  $A \cap B =$  ( ).  
 A.  $\emptyset$                                   B.  $\{x | 2 < x < 3\}$   
 C.  $\{x | 2 \leq x < 3\}$                       D.  $\{x | -1 < x < 2\}$



A.  $\emptyset$ B.  $\{1, 3\}$ C.  $\{2, 4, 5\}$ D.  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 

34. 已知集合  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{a, a^2 + 3\}$ , 若  $A \cap B = \{1\}$ , 则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

35. 设全集  $I = \mathbf{R}$ , 已知集合  $M = \{x | (x + 3)^2 = 0\}$ ,  $N = \{x | x^2 + x - 6 = 0\}$ .

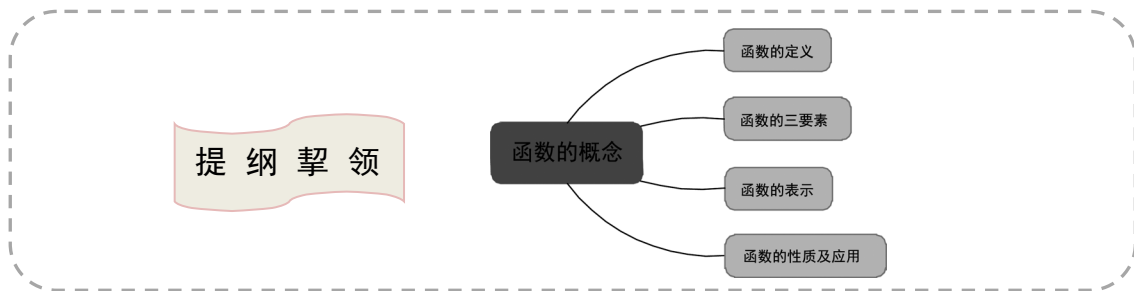
(1) 求  $(\complement_I M) \cap N$ ;

(2) 记集合  $A = (\complement_I M) \cap N$ , 已知集合  $B = \{x | a - 1 \leq x \leq 5 - a, a \in \mathbf{R}\}$ , 若  $A \cap B = A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

36. 若集合  $A = \{x | x^2 + ax + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 集合  $B = \{1, 2\}$ , 且  $A \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

## 复习专题二 基本初等函数

### 复习专题 2.1 函数的基本概念



#### 知识建档 ◆ 快速扫描

1. □ □ □ □ □ □ □ □

	函数	映射
两集合 $A, B$	设 $A, B$ 是两个非空的_____	设 $A, B$ 是两个非空的_____
对应关系 $f: A \rightarrow B$	按照某种确定的对应关系 $f$ , 使对于集合 $A$ 中的一个数 $x$ , 在集合 $B$ 中都有_____数 $f(x)$ 和它对应	按某一个确定的对应关系 $f$ , 使对于集合 $A$ 中的一个元素 $x$ , 在集合 $B$ 中都有元素 $y$ 与之对应
名称	称 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 $A$ 到集合 $B$ 的一个_____	称对应 $f: A \rightarrow B$ 为从集合 $A$ 到集合 $B$ 的一个_____
记法	_____ ( $x \in A$ )	对应 $f: A \rightarrow B$ 是一个_____

2. □ □ □ □ □ □ □ □

(1) 函数的定义域、值域：

在函数  $y=f(x)$ ,  $x \in A$  中,  $x$  叫做\_\_\_\_\_,  $x$  的取值范围  $A$  叫做函数的\_\_\_\_\_；与  $x$  的值相对应的  $y$  值叫做\_\_\_\_\_, 函数值的集合  $\{f(x)|x \in A\}$  叫做函数的\_\_\_\_\_. 显然, 值域是集合  $B$  的\_\_\_\_\_.

(2) 函数的三要素：\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_.

(3) 相等函数：如果两个函数的\_\_\_\_\_和\_\_\_\_\_完全一致, 则这两个函数\_\_\_\_\_, 这是判断两函数相等的依据.

(4) 函数的表示法.



表示函数的常用方法有：\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_、\_\_\_\_\_。

3. □ □ □ □

若函数在其定义域的\_\_\_\_\_上，因对应关系\_\_\_\_\_而分别用\_\_\_\_\_来表示，这种函数称为\_\_\_\_\_函数。

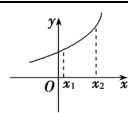
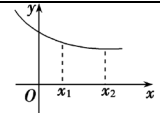
4. □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

- (1) 分式函数中分母\_\_\_\_\_。
- (2) 偶次根式函数被开方式\_\_\_\_\_。
- (3) 一次函数、二次函数的定义域为\_\_\_\_\_。
- (4)  $y = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ , 定义域均为\_\_\_\_\_。
- (5)  $y = \tan x$  的定义域为\_\_\_\_\_。

5. □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

- (1)  $y = kx + b (k \neq 0)$  的值域是\_\_\_\_\_。
- (2)  $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$  的值域是：  
当  $a > 0$  时，值域为\_\_\_\_\_；当  $a < 0$  时，值域为\_\_\_\_\_。
- (3)  $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$  的值域是\_\_\_\_\_。
- (4)  $y = a^x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  的值域是\_\_\_\_\_。
- (5)  $y = \log_a x (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$  的值域是\_\_\_\_\_。
- (6)  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$  的值域是\_\_\_\_\_。
- (7)  $y = \tan x$  的值域是\_\_\_\_\_。

6. □ □ □ 、 □ □ □

	增函数	减函数
定义	一般地, 设函数 $f(x)$ 的定义域为 $I$ . 如果对于定义域 $I$ 内某个区间 $A$ 上的任意两个自变量的值 $x_1, x_2$ 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有_____, 那么就称函数 $f(x)$ 在区间 $A$ 上是增加的	当 $x_1 < x_2$ 时, 都有_____, 那么就称函数 $f(x)$ 在区间 $A$ 上是减少的
图像描述	 自左向右看图像是_____	 自左向右看图像是_____

7. □ □ □ 、 □ □ □ □ □ □ □ □

若函数  $y = f(x)$  在区间  $D$  上是\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_, 则称函数  $y = f(x)$  在这一区间上具有(严格的)单调性, 区间  $D$  叫做  $y = f(x)$  的\_\_\_\_\_。

8. □ □ □ □ □

前提	设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $I$ , 如果存在实数 $M$ 满足
----	--

条件	(1) 对于任意 $x \in I$ , 都有_____ ; (2) 存在 $x_0 \in I$ , 使得_____	(1) 对于任意 $x \in I$ , 都有_____ ; (2) 存在 $x_0 \in I$ , 使得_____
结论	$M$ 为_____值	$M$ 为_____值

9. □ □ □ □ □ □

奇偶性	定义	图像特点
偶函数	如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 $x$ , 都有_____, 那么函数 $f(x)$ 是偶函数	关于_____轴对称
奇函数	如果对于函数 $f(x)$ 的定义域内任意一个 $x$ , 都有_____, 那么函数 $f(x)$ 是奇函数	关于_____对称

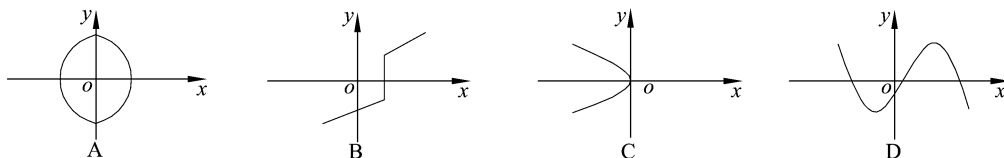
10. □ □ □

(1) 周期函数：对于函数  $y = f(x)$ , 如果存在一个非零常数  $T$ , 使得当  $x$  取定义域内的任何值时, 都有\_\_\_\_\_, 那么就称函数  $y = f(x)$  为\_\_\_\_\_函数, 称\_\_\_\_\_为这个函数的周期.

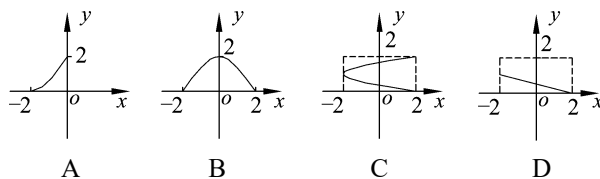
(2) 最小正周期：如果在周期函数  $f(x)$  的所有周期中存在一个\_\_\_\_\_正数, 那么这个\_\_\_\_\_就叫做  $f(x)$  的最小正周期.

自测温故 ☆ 知己知彼

1. 下列图形可以表示函数  $y = f(x)$  图像的是( ).



2. 若函数  $y = f(x)$  的定义域为  $M = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ , 值域为  $N = \{y | 0 \leq y \leq 2\}$ , 则图像可能是( ).



3. 函数  $f(x) = \log_2(x + 1)$  的定义域为( ).

- A.  $(0, +\infty)$       B.  $[-1, +\infty)$       C.  $(-1, +\infty)$       D.  $(1, +\infty)$

4.  $f(x)$  与  $g(x)$  表示同一函数的是( ).

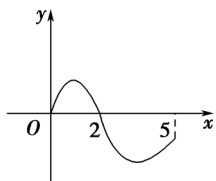
- A.  $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$  与  $g(x) = \sqrt{x - 1} \cdot \sqrt{x + 1}$   
 B.  $f(x) = x$  与  $g(x) = \frac{x^3 + x}{x^2 + 1}$   
 C.  $y = x$  与  $y = (\sqrt{x})^2$   
 D.  $f(x) = \sqrt{x^2}$  与  $g(x) = \sqrt[3]{x^3}$

5. 函数  $f(x) = \ln(x^2 - x)$  的定义域为( ).
- A.  $(0, 1)$                       B.  $[0, 1]$   
 C.  $(-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$                       D.  $(-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$
6. 下列函数中, 与函数  $y = x + 1$  是相等函数的是( ).
- A.  $y = (\sqrt{x+1})^2$                       B.  $y = \sqrt[3]{x^3} + 1$   
 C.  $y = \frac{x^2}{x} + 1$                       D.  $y = \sqrt{x^2 + 1}$
7. 若函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x \leq 0, \\ \log_{\frac{1}{2}} x, & x > 0, \end{cases}$  则  $f(f(2)) =$  ( ).
- A. -1                      B. 2                      C. 1                      D. 0
8. 函数  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-2}} + \ln(3x - x^2)$  的定义域是( ).
- A.  $(2, +\infty)$                       B.  $(3, +\infty)$   
 C.  $(2, 3)$                       D.  $(2, 3) \cup (3, +\infty)$
9. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2^{x+1}, & x \leq 0 \\ 1 - \log_2 x, & x > 0 \end{cases}$ , 则  $f(f(3)) =$  ( ).
- A.  $\frac{4}{3}$                       B.  $\frac{2}{3}$   
 C.  $-\frac{4}{3}$                       D. -3
10. 已知  $f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 + 5x$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_ .
11. 已知函数  $f(x)$  的定义域是  $[0, 4]$ , 则  $f(x+1) + f(x-1)$  的定义域是 \_\_\_\_\_ .
12. 已知函数  $f(3x-1)$  的定义域是  $[0, 2]$ , 则函数  $f(x)$  的定义域是( ).
- A.  $[0, 2]$                       B.  $\left[\frac{1}{3}, 1\right]$                       C.  $[-1, 5]$                       D. 无法确定
13. 若  $f(x) = x^2 + bx + c$ , 且  $f(1) = 0$ ,  $f(3) = 0$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_ .
14. 已知函数  $y = f(x+1)$  定义域是  $[-2, 3]$ , 则  $y = f(2x-1)$  的定义域是( ).
- A.  $\left[0, \frac{5}{2}\right]$                       B.  $[-1, 4]$                       C.  $[-5, 5]$                       D.  $[-3, 7]$
15. 函数  $y = \sqrt{16 - 4^x}$  的值域是( ).
- A.  $[0, +\infty)$                       B.  $[0, 4]$                       C.  $[0, 4)$                       D.  $(0, 4)$
16. 已知  $f\left(\frac{1-x}{1+x}\right) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ , 则  $f(x)$  的解析式为( ).
- A.  $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$                       B.  $f(x) = -\frac{2x}{1+x^2}$                       C.  $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$                       D.  $f(x) = -\frac{x}{1+x^2}$
17. 已知  $2f(x) + f(-x) = \frac{3}{x}$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_ .
18. 若  $\sqrt{x-4}$  有意义, 则函数  $y = x^2 - 6x + 7$  的值域是 \_\_\_\_\_ .
19. 函数  $f(x) = \sqrt{2x+1} + x$  的值域是 \_\_\_\_\_ .

20. 函数  $y = x^2 - 6x + 10$  在区间  $(2, 4)$  上( ).  
 A. 递减                      B. 递增                      C. 先递减后递增                      D. 先递增后递减
21. 下列函数中, 定义域是  $\mathbf{R}$  且为增函数的是( ).  
 A.  $y = e^{-x}$                       B.  $y = x^3$                       C.  $y = \ln x$                       D.  $y = |x|$
22. 函数  $f(x) = 2x^2 - mx + 3$ , 当  $x \in [-2, +\infty)$  时是增函数, 当  $x \in [-\infty, -2]$  时是减函数, 则  $f(1)$  等于( ).  
 A. -3                      B. 13                      C. 7                      D. 5
23. 已知函数  $f(x) = \frac{2}{x-1}$ ,  $x \in [2, 6]$ , 则  $f(x)$  的最大值为 \_\_\_\_\_, 最小值为 \_\_\_\_\_.
24. 函数  $f(x) = x^2 - 2x$  ( $x \in [-2, 4]$ ) 的单调增区间为 \_\_\_\_\_;  $f(x)_{\max} =$  \_\_\_\_\_.
25. 函数  $f(x) = \log_5(2x+1)$  的单调增区间是 \_\_\_\_\_.
26. 若函数  $f(x) = 8x^2 - 2kx - 7$  在  $[1, 5]$  上为单调函数, 则实数  $k$  的取值范围是( ).  
 A.  $(-\infty, 8]$                       B.  $[40, +\infty)$   
 C.  $(-\infty, 8] \cup [40, +\infty)$                       D.  $[8, 40]$
27. 函数  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  ( $x \in \mathbf{R}$ ) 的值域是( ).  
 A.  $(0, 1)$                       B.  $(0, 1]$                       C.  $[0, 1)$                       D.  $[0, 1]$
28. 设函数  $f(x) = \frac{2x}{x-2}$  在区间  $[3, 4]$  上的最大值和最小值分别为  $M, m$ , 则  $\frac{m^2}{M} =$  \_\_\_\_\_.
29. 下列函数为偶函数的是( ).  
 A.  $f(x) = x - 1$                       B.  $f(x) = x^2 + x$   
 C.  $f(x) = 2^x - 2^{-x}$                       D.  $f(x) = 2^x + 2^{-x}$
30. 已知  $f(x) = ax^2 + bx$  是定义在  $[a-1, 2a]$  上的偶函数, 那么  $a+b$  的值是( ).  
 A.  $-\frac{1}{3}$                       B.  $\frac{1}{3}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D.  $-\frac{1}{2}$
31. 设函数  $f(x), g(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(x)$  是奇函数,  $g(x)$  是偶函数, 则正确的是( ).  
 A.  $f(x)g(x)$  是偶函数                      B.  $|f(x)|g(x)$  是奇函数  
 C.  $f(x)|g(x)|$  是奇函数                      D.  $|f(x)g(x)|$  是奇函数
32. 设函数  $f(x)$  为偶函数, 当  $x \in (0, +\infty)$  时,  $f(x) = \log_2 x$ , 则  $f(-\sqrt{2}) =$  ( ).  
 A.  $-\frac{1}{2}$                       B.  $\frac{1}{2}$                       C. 2                      D. -2
33. 函数  $y = f(x)$  是  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 当  $x < 0$  时,  $f(x) = 2^x$ , 则当  $x > 0$  时,  $f(x) =$  ( ).  
 A.  $-2^x$                       B.  $2^{-x}$                       C.  $-2^{-x}$                       D.  $2^x$
34. 已知定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$  满足  $f(x) = -f(x+2)$ , 当  $x \in (0, 2]$  时,  $f(x) = 2^x + \log_2 x$ , 则  $f(2019) =$  ( ).  
 A. 5                      B.  $\frac{1}{2}$                       C. 2                      D. -2
35. 设  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的周期为 2 的函数, 当  $x \in [-1, 1)$  时,  $f(x) = \begin{cases} -4x^2 + 2, & -1 \leq x < 0, \\ x, & 0 \leq x < 1, \end{cases}$   
 则  $f\left(\frac{3}{2}\right) =$  \_\_\_\_\_.

36. 设函数  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的奇函数, 对任意实数  $x$  有  $f\left(\frac{3}{2}x\right) = -f\left(\frac{3}{2}x\right)$  成立, 其周期  $T =$  \_\_\_\_\_.

37. 设奇函数  $f(x)$  的定义域为  $[-5, 5]$ , 若当  $x \in [0, 5]$  时,  $f(x)$  的图像如图所示, 则不等式  $f(x) < 0$  的解集为 \_\_\_\_\_.



38. 若函数  $f(x) = x^3\left(\frac{1}{2^x - 1} + a\right)$  为偶函数, 则  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

39. 若  $T$  是  $f(x)$  的周期, 则  $2T$  也是  $f(x)$  的周期;

若  $T$  是  $f(x)$  的周期, 则  $\frac{T}{2}$  也是  $f(x)$  的周期;

已知  $x_0$  为  $y = f(x)$  定义域上的某一个值,  $T$  是非零常数, 若  $f(x_0 + T) = f(x_0)$ , 则  $T$  是  $y = f(x)$  的周期.

以上叙述中, 正确的个数是( ).

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

40. 已知  $f(x)$  是定义域为  $(-\infty, +\infty)$  的奇函数, 满足  $f(1-x) = f(1+x)$ . 若  $f(1) = 2$ , 则  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(50) =$  ( ).

A. -50

B. 0

C. 2

D. 50

### 突破考点★典例精讲

#### ◎ 考点一 函数的基本概念

**典例** 41. 下面各组函数中为相同函数的是( ).

A.  $f(x) = \sqrt{(x-1)^2}$ ,  $g(x) = x-1$     B.  $f(x) = \sqrt{x^2-1}$ ,  $g(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$

C.  $f(x) = \ln e^x$  与  $g(x) = e^{\ln x}$

D.  $f(x) = x^0$  与  $g(x) = \frac{1}{x^0}$

42. 有以下判断:

$f(x) = \frac{|x|}{x}$  与  $g(x) = \begin{cases} 1, & (x > 0) \\ -1, & (x < 0) \end{cases}$  表示同一函数; 函数  $y = f(x)$  的图像与直线  $x = 1$  的交点最

多有 1 个;  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  与  $g(t) = t^2 - 2t + 1$  是同一函数; 若  $f(x) = |x-1| - |x|$ , 则  $f\left[f\left(\frac{1}{2}\right)\right] = 0$ .

其中正确判断的序号是 \_\_\_\_\_.

#### ◎ 考点二 函数的定义域



函数的定义域是使函数有意义的自变量取值的集合, 归纳起来常见的命题探究角度有:

(1) 求给定函数解析式的定义域.

(2) 求复合函数的定义域;若已知函数  $f(x)$  的定义域为  $[a, b]$ , 其复合函数  $f(g(x))$  的定义域由不等式  $a \leq g(x) \leq b$  求出;若已知函数  $f(g(x))$  的定义域为  $[a, b]$ , 则  $f(x)$  的定义域为  $g(x)$  在  $x \in [a, b]$  上的值域.

(3) 已知定义域, 确定参数取值的问题.

**典例** 43. 函数  $y = \frac{\ln(1-x)}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{x}$  的定义域是( ).

A.  $[-1, 0) \cup (0, 1)$

B.  $[-1, 0) \cup (0, 1]$

C.  $(-1, 0) \cup (0, 1]$

D.  $(-1, 0) \cup (0, 1)$ .

44. 若函数  $y = f(x)$  的定义域是  $[0, 3]$ , 则函数  $g(x) = \frac{f(3x)}{x-1}$  的定义域是( ).

A.  $[0, 1)$

B.  $[0, 1]$

C.  $[0, 1) \cup (1, 9]$

D.  $(0, 1)$ .

45. 已知函数  $y = f(2x-1)$  的定义域是  $[0, 1]$ , 则函数  $\frac{f(2x+1)}{\log_2(x+1)}$  的定义域是( ).

A.  $[1, 2]$

B.  $(-1, 1]$

C.  $[-\frac{1}{2}, 0]$

D.  $(-1, 0)$

46. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x+1, & x \leq 0, \\ 2^x, & x > 0, \end{cases}$  则满足  $f(x) + f(x - \frac{1}{2}) > 1$  的  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

### ◎ 考点三 函数的解析式



求函数解析式的常用方法:

(1) 待定系数法.

先设出含有待定系数的解析式, 再利用恒等式的性质, 或将已知条件代入, 建立方程(组), 通过解方程(组)求出相应的待定系数.

(2) 换元法.

对于形如  $y = f(g(x))$  的函数解析式, 令  $t = g(x)$ , 从中求出  $x = \varphi(t)$ , 然后代入表达式求出  $f(t)$ , 再将  $t$  换成  $x$ , 得到  $f(x)$  的解析式, 要注意新元的取值范围.

(3) 配凑法.

由已知条件  $f(g(x)) = F(x)$ , 可将  $F(x)$  改写成关于  $g(x)$  的表达式, 然后以  $x$  替代  $g(x)$ , 便得  $f(x)$  的解析式.

(4) 解方程组法.

已知关于  $f(x)$  与  $f(\frac{1}{x})$  或  $f(-x)$  的表达式, 可根据已知条件再构造出另外一个等式组成方程组, 通过解方程组求出  $f(x)$ .


47. 已知函数  $f(x+2) = x^2$ , 则  $f(x) =$ \_\_\_\_\_.

48. 已知二次函数  $f(2x+1) = 4x^2 - 6x + 5$ , 求  $f(x)$ .

49. 定义在  $(-1, 1)$  内的函数  $f(x)$  满足  $2f(x) - f(-x) = \lg(x+1)$ , 求函数  $f(x)$  的解析式.

50. 已知  $f(x)$  满足  $2f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x$ , 求  $f(x)$  的解析式.

#### 考点四 分段函数

 对分段函数的考查主要有以下三个命题角度:

- (1) 由分段函数解析式, 求函数值(或最值);
- (2) 由分段函数解析式与方程, 求参数的值;
- (3) 由分段函数解析式, 求解不等式.


**典例** 51. 设  $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x}, & x \geq 0, \\ 2^x, & x < 0, \end{cases}$  则  $f(f(-2)) =$  \_\_\_\_\_.

52. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} - 2, & x \leq 1, \\ -\log_2(x+1), & x > 1, \end{cases}$  且  $f(a) = -3$ , 则  $f(6-a) =$  ( ).

- A.  $-\frac{7}{4}$                       B.  $-\frac{5}{4}$                       C.  $-\frac{3}{4}$                       D.  $-\frac{1}{4}$

53. 设函数  $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^x - 7, & x < 0, \\ \sqrt{x}, & x \geq 0, \end{cases}$  若  $f(a) < 1$ , 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

#### 考点五 函数的值域

 求函数值域, 常用的方法有:

(1) 观察法; (2) 配方法; (3) 换元法; (4) 分离常数法; (5) 单调性法; (6) 数形结合法. 特别注意定义域对值域的制约作用.

**典例** 54. 求下列函数的值域.

- (1)  $y = x^2 + 4x (x \in [-1, 4])$ ;                      (2)  $y = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ ;
- (3)  $y = x + \frac{4}{x} (x < 0)$ ;                      (4)  $f(x) = x - \sqrt{1-2x}$ .

#### 考点六 函数的单调性 (高频考点)



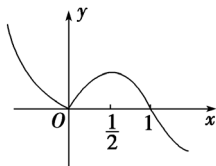
在公共定义域内：

- (1) 函数  $f(x)$  单调递增,  $g(x)$  单调递增, 则  $f(x) + g(x)$  是增函数;
- (2) 函数  $f(x)$  单调递减,  $g(x)$  单调递减, 则  $f(x) + g(x)$  是减函数;
- (3) 函数  $f(x)$  单调递增,  $g(x)$  单调递减, 则  $f(x) - g(x)$  是增函数;
- (4) 函数  $f(x)$  单调递减,  $g(x)$  单调递增, 则  $f(x) - g(x)$  是减函数;
- (5) 若  $k > 0$ , 则  $kf(x)$  与  $f(x)$  单调性相同; 若  $k < 0$ , 则  $kf(x)$  与  $f(x)$  单调性相反;
- (6) 函数  $y = f(x)(f(x) > 0)$  在公共定义域内与  $y = -f(x)$ ,  $y = \frac{1}{f(x)}$  的单调性相反;
- (7) 复合函数  $y = f[g(x)]$  的单调性与  $y = f(u)$  和  $u = g(x)$  的单调性有关. 简记: “同增异减”.

典例

55. (1) 求函数  $f(x) = -x^2 + 2|x| + 1$  的单调区间.  
 (2) 试讨论函数  $f(x) = \frac{ax}{x-1} (a > 0)$  在  $(-1, 1)$  上的单调性.

56. 函数  $y = f(x) (x \in \mathbf{R})$  的图像如图所示, 则函数  $g(x) = f(\log_a x) (0 < a < 1)$  的单调减区间是\_\_\_\_\_.



57. 已知函数  $f(x) = \begin{cases} x + \frac{2}{x} - 3, & x \geq 1, \\ \lg(x^2 + 1), & x < 1, \end{cases}$  则  $f(f(-3)) =$  \_\_\_\_\_,  $f(x)$  的最

小值是\_\_\_\_\_.

58. 若  $2^x - 2^y < 3^{-x} - 3^{-y}$ , 则( ).

- A.  $\ln(y-x+1) > 0$
- B.  $\ln(y-x+1) < 0$
- C.  $\ln|x-y| > 0$
- D.  $\ln|x-y| < 0$

59. 已知函数  $f(x) = \ln x + x$ , 若  $f(a^2 - a) > f(a + 3)$ , 则正数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

60. 已知  $f(x) = \begin{cases} (2-a)x + 1, & x < 1, \\ a^x(x-1), & x \geq 1, \end{cases}$  满足对任意  $x_1 < x_2$ , 都有  $\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} > 0$  成立, 那么  $a$  的取值

范围是( ).

- A.  $[\frac{3}{2}, 2)$
- B.  $(1, \frac{3}{2}]$
- C.  $(1, 2)$
- D.  $(1, +\infty)$

◎ 考点七 函数的奇偶性 (高频考点)



(1) 如果函数  $f(x)$  是奇函数且在  $x = 0$  处有定义, 则一定有  $f(0) = 0$ ; 如果函数  $f(x)$  是偶函数, 那么  $f(x) = f(|x|)$ .

(2) 奇函数在两个对称的区间上具有相同的单调性; 偶函数在两个对称的区间上具有相反的单调性.



(3) 在公共定义域内有：奇 ± 奇 = 奇，偶 ± 偶 = 偶，奇 × 奇 = 偶，偶 × 偶 = 偶，奇 × 偶 = 奇。

(4) 可以利用函数的奇偶性来求函数值、求函数解析式、求函数解析式中参数的值、作函数图像或判断单调性。

**典例** 61. 下列函数为偶函数的是( )。

A.  $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

B.  $y = x^2 + e^{|x|}$

C.  $y = x \cos x$

D.  $y = \ln|x| - \sin x$

62. 已知函数  $f(x)$  为奇函数，当  $x > 0$  时， $f(x) = x^2 - x$ ，则当  $x < 0$  时，函数  $f(x)$  的最大值为\_\_\_\_\_。

63.  $f(x) = \frac{(x+2)(x+k)}{\tan x}$  为奇函数，则  $k =$ \_\_\_\_\_。

**考点八 函数的周期性**

**★** 对  $f(x)$  定义域内任一自变量  $x$ ：

(1) 若  $f(x+a) = -f(x)$ ，则  $T = 2a(a > 0)$ 。(2) 若  $f(x+a) = \frac{1}{f(x)}$ ，则  $T = 2a(a > 0)$ 。

(3) 若  $f(x+a) = \frac{1}{f(x)}$ ，则  $T = 2a(a > 0)$ 。

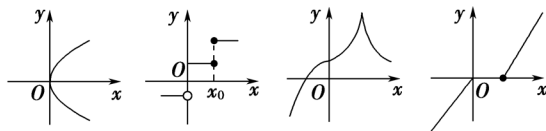
**典例** 64. 函数  $f(x)$  满足  $f(x+4) = f(x)(x \in \mathbf{R})$ ，且在区间  $(-2, 2]$  上， $f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2}, & 0 < x \leq 2, \\ x + \frac{1}{2}, & -2 < x \leq 0, \end{cases}$  则

$f(f(15))$  的值为\_\_\_\_\_。

65. 已知  $f(x)$  是定义在  $\mathbf{R}$  上的偶函数，且  $f(x+4) = f(x-2)$ 。若当  $x \in [-3, 0]$  时， $f(x) = 6^{-x}$ ，则  $f(919) =$ \_\_\_\_\_。

能力演练 ◆ 闯关冲刺

66. 下列所给图像是函数图像的个数为( )。



A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

67. 若二次函数  $g(x)$  满足  $g(1) = 1$ ， $g(-1) = 5$ ，且图像过原点，则  $g(x)$  的解析式为( )。

A.  $g(x) = 2x^2 - 3x$

B.  $g(x) = 3x^2 - 2x$

C.  $g(x) = 3x^2 + 2x$

D.  $g(x) = -3x^2 - 2x$

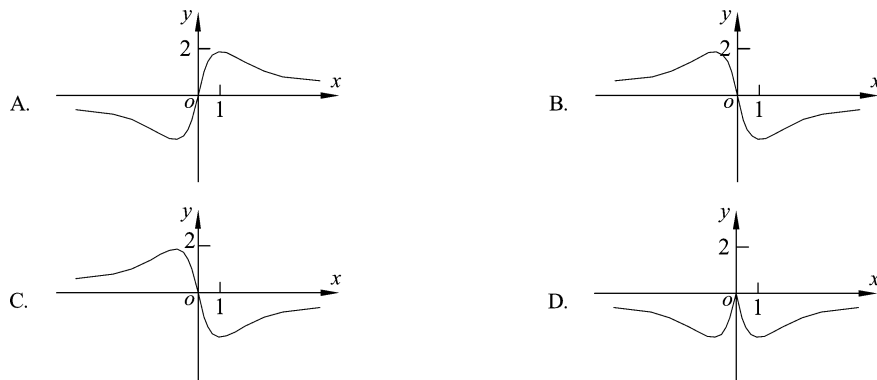
68. 设函数  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x + 6, & x \leq 0, \\ -x + 6, & x > 0, \end{cases}$  则不等式  $f(x) < f(-1)$  的解集是( ).

- A.  $(-3, -1) \cup (3, +\infty)$                       B.  $(-3, -1) \cup (2, +\infty)$   
 C.  $(-3, +\infty)$                                       D.  $(-\infty, -3) \cup (-1, 3)$

69. 设函数  $f(x) = x^3 - \frac{1}{x^3}$ , 则  $f(x)$  ( ).

- A. 是奇函数, 且在  $(0, +\infty)$  单调递增                      B. 是奇函数, 且在  $(0, +\infty)$  单调递减  
 C. 是偶函数, 且在  $(0, +\infty)$  单调递增                      D. 是偶函数, 且在  $(0, +\infty)$  单调递减

70. 函数  $y = \frac{4x}{x^2 + 1}$  的图像大致为( ).



71. 函数  $f(x) = \frac{1}{x+1} + \ln x$  的定义域是\_\_\_\_\_.

72. 设  $f(x)$  为奇函数, 且当  $x > 0$  时,  $f(x) = e^x - 1$ , 则当  $x < 0$  时,  $f(x) =$  ( ).

- A.  $e^{-x} - 1$                       B.  $e^{-x} + 1$                       C.  $-e^{-x} - 1$                       D.  $-e^{-x} + 1$

73. 设函数  $f(x), g(x)$  的定义域都为  $\mathbf{R}$ , 且  $f(x)$  是奇函数,  $g(x)$  是偶函数, 则正确的是( ).

- A.  $f(x)g(x)$  是偶函数                                      B.  $|f(x)|g(x)$  是奇函数  
 C.  $f(x)|g(x)|$  是奇函数                                      D.  $|f(x)g(x)|$  是奇函数

74. 已知函数  $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x - 3}$ , 则该函数的单调递增区间为\_\_\_\_\_.

75. 若函数  $f(x) = \frac{1}{x-1}$  在区间  $[a, b]$  上的值域为  $[\frac{1}{3}, 1]$ , 则  $a + b =$ \_\_\_\_\_.

76. 若  $f(x) = \frac{x+a-1}{x+2}$  在区间  $(-2, +\infty)$  上是增函数, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

77. 已知偶函数  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  单调递减,  $f(2) = 0$ . 若  $f(x-1) > 0$ , 则  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

78. 已知函数  $f(x) = a - \frac{2}{e^x + 1}$  ( $a \in \mathbf{R}$ ) 是奇函数, 则函数  $f(x)$  的值域为( ).

- A.  $(-1, 1)$     B.  $(-2, 2)$   
 C.  $(-3, 3)$     D.  $(-4, 4)$

79. 若函数  $f(x) = x \ln(x + \sqrt{a+x^2})$  为偶函数, 则  $a =$ \_\_\_\_\_.

80. 定义在  $\mathbf{R}$  上的函数  $f(x)$ , 满足  $f(x+5) = f(x)$ , 当  $x \in (-3, 0]$  时,  $f(x) = -x - 1$ , 当  $x \in (0, 2]$  时,  $f(x) = \log_2 x$ , 则  $f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2019)$  的值等于( ).

- A. 403    B. 405    C. 806    D. 809

81. 函数  $f(x)$  在  $(-\infty, +\infty)$  上单调递减, 且为奇函数. 若  $f(1) = -1$ , 则满足  $-1 < f(x-2) < 1$  的  $x$

的取值范围是( ).

- A .  $[-2, 2]$                       B .  $[-1, 1]$                       C .  $[0, 4]$                       D .  $[1, 3]$

82. 下列函数中, 既是奇函数又在  $(0, +\infty)$  上单调递增的是( ).

- A .  $y = e^x + e^{-x}$                       B .  $y = \ln(|x| + 1)$                       C .  $y = \frac{\sin x}{|x|}$                       D .  $y = x - \frac{1}{x}$

83. 设  $f(x)$  是定义域为  $\mathbf{R}$  的偶函数, 且在  $(0, +\infty)$  单调递减, 则( ).

A .  $f(\log_3 \frac{1}{4}) > f(2^{\frac{3}{2}}) > f(2^{\frac{2}{3}})$

B .  $f(\log_3 \frac{1}{4}) > f(2^{\frac{2}{3}}) > f(2^{\frac{3}{2}})$ .

C .  $f(2^{\frac{3}{2}}) > f(2^{\frac{2}{3}}) > f(\log_3 \frac{1}{4})$ .

D .  $f(2^{\frac{2}{3}}) > f(2^{\frac{3}{2}}) > f(\log_3 \frac{1}{4})$ .

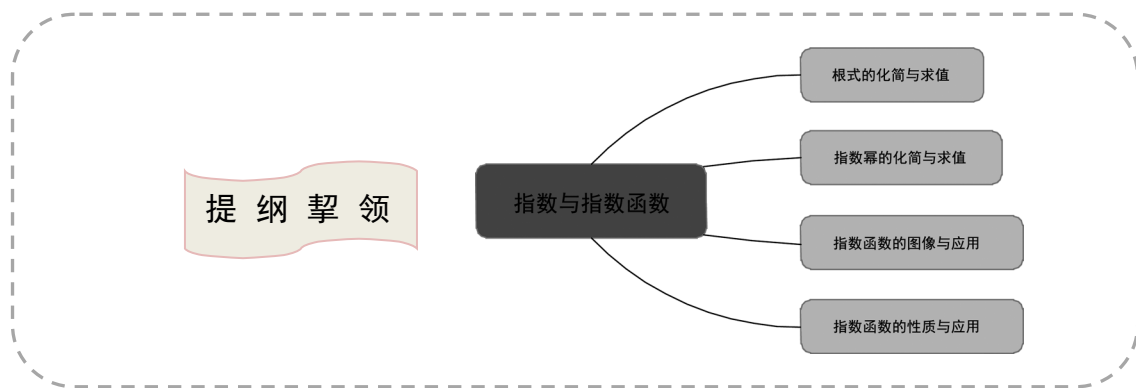
84. 函数  $f(x) = \ln(x^2 - 2x - 8)$  的单调递增区间是( ).

- A .  $(-\infty, -2)$                       B .  $(-\infty, 1)$                       C .  $(1, +\infty)$                       D .  $(4, +\infty)$

85. 若定义在  $\mathbf{R}$  的奇函数  $f(x)$  在  $(-\infty, 0)$  单调递减, 且  $f(2) = 0$ , 则满足  $xf(x-1) \geq 0$  的  $x$  的取值范围是( ).

- A .  $[-1, 1] \cup [3, +\infty)$                       B .  $[-3, -1] \cup [0, 1]$   
 C .  $[-1, 0] \cup [1, +\infty)$                       D .  $[-1, 0] \cup [1, 3]$

## 复习专题 2.2 指数函数



### 知识建档 ◆ 快速扫描

1. □ □

(1)  $n$  次方根的概念.

若 \_\_\_\_\_, 则  $x$  叫做  $a$  的  $n$  次方根, 其中  $n > 1$  且  $n \in \mathbf{N}^*$ . 式子 \_\_\_\_\_ 叫做根式, 这

里\_\_\_\_\_叫做根指数，\_\_\_\_\_叫做被开方数。

$a$  的  $n$  次方根的表示：

$$x^n = a \Rightarrow \begin{cases} x = \sqrt[n]{a}, & \text{当 } n \text{ 为奇数且 } n \in \mathbf{N}^*, n > 1 \text{ 时,} \\ x = \pm \sqrt[n]{a}, & \text{当 } n \text{ 为偶数且 } n \in \mathbf{N}^* \text{ 时.} \end{cases}$$

(2) 根式的性质.

$$(\sqrt[n]{a})^n = \underline{\hspace{2cm}} (n \in \mathbf{N}^*, n > 1).$$

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} a, & n \text{ 为奇数,} \\ |a| = \begin{cases} a, & a \geq 0, \\ -a, & a < 0, \end{cases} & n \text{ 为偶数.} \end{cases}$$

2. □ □ □ □ □ □

(1) 幂的有关概念.

正分数指数幂： $a^{\frac{m}{n}} = \underline{\hspace{2cm}}$  ( $a > 0, m, n \in \mathbf{N}^*, \text{ 且 } n > 1$ ).

负分数指数幂： $a^{-\frac{m}{n}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$  ( $a > 0, m, n \in \mathbf{N}^*, \text{ 且 } n > 1$ ).

0 的正分数指数幂等于\_\_\_\_\_，0 的负分数指数幂\_\_\_\_\_。

(2) 有理数指数幂的运算性质.

$$a^r a^s = \underline{\hspace{2cm}} (a > 0, r, s \in \mathbf{Q}); (a^r)^s = \underline{\hspace{2cm}} (a > 0, r, s \in \mathbf{Q});$$

$$(ab)^r = \underline{\hspace{2cm}} (a > 0, b > 0, r \in \mathbf{Q}).$$

3. □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

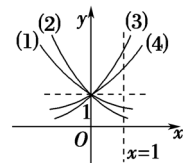
$y = a^x$	$a > 1$	$0 < a < 1$
图像		
定义域	_____	
值域	_____	
性质	过定点_____	
	当 $x > 0$ 时, _____; 当 $x < 0$ 时, _____	当 $x > 0$ 时, _____; 当 $x < 0$ 时, _____
	在 $\mathbf{R}$ 上是_____函数	在 $\mathbf{R}$ 上是_____函数

4. □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

画指数函数  $y = a^x (a > 0, \text{ 且 } a \neq 1)$  的图像，应抓住三个关键点：\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_，\_\_\_\_\_。

5. □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

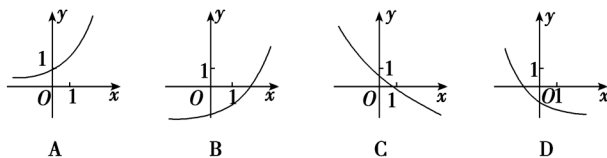
如图是指数函数 (1)  $y = a^x$ , (2)  $y = b^x$ , (3)  $y = c^x$ , (4)  $y = d^x$  的图像, 底数  $a, b, c, d$  与 1 之间的大小关系为\_\_\_\_\_。由此我们可得到以下规律: 在第一象限内, 指数函数  $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$  的图像越高, 底数越大。



注意  
指数函数  $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$  的图像和性质跟  $a$  的取值有关, 要特别注意应分\_\_\_\_\_与\_\_\_\_\_来研究。

自测温故 ☆ 知己知彼

1. 函数  $y = a^x - a (a > 0, \text{且 } a \neq 1)$  的图像可能是( )。



2. 函数  $y = 2^{|x|}$  的值域为( )。

- A.  $[0, +\infty)$       B.  $[1, +\infty)$       C.  $(1, +\infty)$       D.  $(0, 1]$

3. 已知  $a = 2^{\frac{4}{3}}, b = 4^{\frac{2}{5}}, c = 25^{\frac{1}{3}}$ , 则( )。

- A.  $b < a < c$       B.  $a < b < c$       C.  $b < c < a$       D.  $c < a < b$

4. 函数  $f(x) = a^{x-1} (a > 0, a \neq 1)$  的图像恒过点 A, 下列函数中图像不经过点 A 的是( )。

- A.  $y = \sqrt{1-x}$       B.  $y = |x-2|$       C.  $y = 2^x - 1$       D.  $y = \log_2(2x)$

5. 化简  $4a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{-\frac{1}{3}} \div \left(-\frac{2}{3} a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{2}{3}}\right)$  的结果为( )。

- A.  $-\frac{2a}{3b}$       B.  $-\frac{8a}{b}$       C.  $-\frac{6a}{b}$       D.  $-6ab$

6. 若函数  $y = (a^2 - 1)^x$  在  $(-\infty, +\infty)$  上为减函数, 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_。

7. 若函数  $f(x) = a^{|2x-4|} (a > 0, a \neq 1)$ , 满足  $f(1) = \frac{1}{9}$ , 则  $f(x)$  的单调递减区间是( )。

- A.  $(-\infty, 2]$       B.  $[2, +\infty)$       C.  $[-2, +\infty)$       D.  $(-\infty, -2]$

8. 若实数  $a > 0$ , 则下列等式成立的是( )。

- A.  $(-2)^{-2} = 4$       B.  $2a^{-3} = \frac{1}{2a^3}$       C.  $(-2)^0 = -1$       D.  $(a^{-\frac{1}{4}})^4 = \frac{1}{a}$

9. 计算:  $-\left(\frac{3}{2}\right)^{-2} + \left(-\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} + (0.002)^{-\frac{1}{2}} =$ \_\_\_\_\_。

10. 当  $x \in (-\infty, -1]$  时, 不等式  $(m^2 - m) \cdot 4^x - 2^x < 0$  恒成立, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_ .
11. 若偶函数  $f(x)$  满足  $f(x) = 2^x - 4(x > 0)$ , 则不等式  $f(x - 2) > 0$  的解集为\_\_\_\_\_ .

突破考点★典例精讲

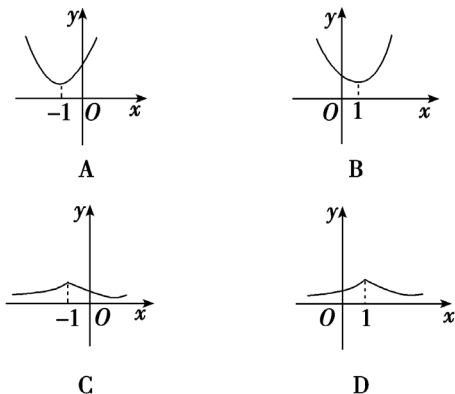
◎ 考点一 根式的化简求值

典例 12. (1)  $\left(2\frac{3}{5}\right)^0 + 2^{-2} \cdot \left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} - (0.01)^{0.5}$  ;

(2)  $\frac{5}{6}a^{\frac{1}{3}} \cdot b^{-2} \cdot \left(-3a^{\frac{1}{2}}b^{-1}\right) \div (4a^{\frac{2}{3}} \cdot b^{-3})^{\frac{1}{2}}$ .

◎ 考点二 指数函数的图像及应用

典例 13. 函数  $f(x) = 2^{|x-1|}$  的图像是( ).



14. 若函数  $y = |3^x - 1|$  在  $(-\infty, k]$  上单调递减, 则  $k$  的取值范围为\_\_\_\_\_.

15. 若函数  $f(x) = e^{-(x-\mu)^2}$  ( $e$  是自然对数的底数) 的最大值是  $m$ , 且  $f(x)$  是偶函数, 则  $m + \mu =$ \_\_\_\_\_.

◎ 考点三 指数函数的性质及应用

指数函数的性质主要是其单调性, 主要有以下三个方面考查:

(1) 比较大小问题. 常利用指数函数的单调性及中间值(0 或 1)法.

(2) 简单的指数方程或不等式的求解问题. 解决此类问题应利用指数函数的单调性, 要特别注意底数  $a$  的取值范围, 并在必要时进行分类讨论.

(3) 解决指数函数的综合问题时, 要把指数函数的概念和性质同函数的其他性质(如奇偶性、周期性)相结合, 同时要特别注意底数不确定时, 对底数的分类讨论.

**典例** 16. 设  $a = 0.6^{0.6}$ ,  $b = 0.6^{1.5}$ ,  $c = 1.5^{0.6}$ , 则  $a, b, c$  的大小关系是( ).

- A.  $a < b < c$                       B.  $a < c < b$                       C.  $b < a < c$                       D.  $b < c < a$

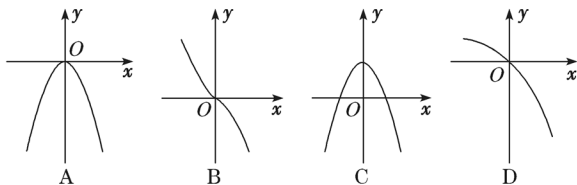
17. 已知函数  $f(x) = b \cdot a^x$  (其中  $a, b$  为常量, 且  $a > 0, a \neq 1$ ) 的图像经过点  $A(1, 6), B(3, 24)$ . 若不等式  $\left(\frac{1}{a}\right)^x + \left(\frac{1}{b}\right)^x - m \geq 0$  在  $x \in (-\infty, 1]$  上恒成立, 求实数  $m$  的取值范围.

18. 函数  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+2x+1}$  的单调减区间为\_\_\_\_\_.

19. 已知函数  $f(x) = a^x + b$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) 的定义域和值域都是  $[-1, 0]$ , 则  $a + b =$ \_\_\_\_\_.

能力演练 闯关冲刺

20. 函数  $f(x) = 1 - e^{|x|}$  的图像大致是( ).



21. 设  $a = 3^{0.7}$ ,  $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{-0.8}$ ,  $c = \log_{0.7} 0.8$ , 则  $a, b, c$  的大小关系为( ).

- A.  $a < b < c$                       B.  $b < a < c$                       C.  $b < c < a$                       D.  $c < a < b$

22. 在同一坐标系中, 函数  $y = 2^x$  与  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  的图像之间的关系是( ).

- A. 关于  $y$  轴对称                      B. 关于  $x$  轴对称  
C. 关于原点对称                      D. 关于直线  $y = x$  对称

23. 已知函数  $f(x) = 4 + 2a^{x-1}$  的图像恒过定点  $P$ , 则点  $P$  的坐标是( ).

- A.  $(1, 6)$                       B.  $(1, 5)$                       C.  $(0, 5)$                       D.  $(5, 0)$

24. 已知实数  $a, b$  满足等式  $2019^a = 2020^b$ , 下列五个关系式:

- $0 < b < a$ ;  $a < b < 0$ ;  $0 < a < b$ ;  $b < a < 0$ ;  $a = b$ .



其中不可能成立的关系式有\_\_\_\_\_ (填序号) .

25. 已知  $f(x) = 3^{x-b}$  ( $2 < x < 4$ ,  $b$  为常数) 的图像经过点  $(2, 1)$ , 则  $f(x)$  的值域为( ).

- A.  $[9, 81]$       B.  $[3, 9]$       C.  $[1, 9]$       D.  $[1, +\infty)$

26. 不等式  $2^{-x^2+2x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{x+4}$  的解集为\_\_\_\_\_ .

27. 函数  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{x-x^2}}$  的单调递增区间是( ).

- A.  $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right]$       B.  $\left[0, \frac{1}{2}\right]$       C.  $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right)$       D.  $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

28. 函数  $f(x) = a^{|x+1|}$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) 的值域为  $[1, +\infty)$ , 则  $f(-4)$  与  $f(1)$  的关系是( ).

- A.  $f(-4) > f(1)$       B.  $f(-4) = f(1)$       C.  $f(-4) < f(1)$       D. 不能确定

29. 函数  $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x - \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$  在  $[-3, 2]$  上的值域是\_\_\_\_\_ .

30. 已知函数  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{ax}$ ,  $a$  为常数, 且函数的图像过点  $(-1, 2)$ .

(1) 求  $a$  的值;

(2) 若  $g(x) = 4^{-x} - 2$ , 且  $g(x) = f(x)$ , 求满足条件的  $x$  的值.

31. 已知函数  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{ax^2-4x+3}$ .

(1) 若  $a = -1$ , 求  $f(x)$  的单调区间;

(2) 若  $f(x)$  有最大值 3, 求  $a$  的值;

(3) 若  $f(x)$  的值域是  $(0, +\infty)$ , 求  $a$  的值.