

四川省 2020—2021 年度重点图书出版规划项目
高速铁路同相牵引供电技术丛书

高速铁路同相供电 关键技术与理论

张秀峰 著

西南交通大学出版社
· 成 都 ·

图书在版编目 (C I P) 数据

高速铁路同相供电关键技术与理论 / 张秀峰著. —
成都: 西南交通大学出版社, 2021.3
ISBN 978-7-5643-7639-0

I. ①高… II. ①张… III. ①高速铁路—供电系统—
研究 IV. ①U238

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2020) 第 262550 号

Gaosu Tielu Tongxiang Gongdian Guanjian Jishu yu Lilun

高速铁路同相供电关键技术与理论

张秀峰 / 著

责任编辑 / 李芳芳

封面设计 / 吴 兵

西南交通大学出版社出版发行
(四川省成都市金牛区二环路北一段 111 号西南交通大学创新大厦 21 楼 610031)
发行部电话: 028-87600564 028-87600533
网址: <http://www.xnjdcbs.com>
印刷: 四川森林印务有限责任公司

成品尺寸 185 mm × 260 mm
印张 15.25 字数 379 千
版次 2021 年 3 月第 1 版 印次 2021 年 3 月第 1 次

书号 ISBN 978-7-5643-7639-0
定价 88.00 元

图书如有印装质量问题 本社负责退换
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

序

自古以来交通就是人类文明进步的重要因素，哪里交通发达，哪里就繁荣！基于发达的交通，世界各个角落都可以实现互通有无、商品交换、贸易往来和文化交流。在众多的交通运输方式中，高速铁路以其节能、环保、高效、安全、舒适、快捷、准时等特点在运输市场竞争中脱颖而出，深受世界各国青睐、争相发展。目前世界高速铁路已进入网络化、国际化的飞速发展阶段。

工频单相交流制高速电气化铁路，经过多年运行，技术相对成熟，且具有安全、可靠、快速等特点，至今依然是高速铁路发展的主流。但是，为了削弱单相牵引负荷造成的系统三相严重不对称，电气化铁道牵引供电系统沿线采用了换相连接，不得不将异相之间用绝缘器分断。绝缘分断对高速铁路的可靠安全运行构成了威胁，制约了高速电气化铁路的发展。同时单相交流电气化铁路对周围有通信干扰，若采用交-直电力机车牵引，还存在大量谐波和无功。如何解决通信干扰、谐波、无功，特别是如何解决“过电分相”及负序问题，这关系高速电气化铁路的发展与未来。

无论是谐波、无功、负序，还是通信干扰，甚至是“过电分相问题”，就当前技术发展水平解决其中任何一个单一的问题都不存在难题。但是由于电气化铁路的特殊性，各种问题相互关联，如果只寻求解决某一个单一问题，则时常会带来新的甚至是更严重的问题。我们不能只考虑滤除谐波，却不考虑滤除谐波的后果；不能只考虑解决“过电分相”，却不考虑由此带来的严重不对称问题。任何工程技术问题必然牵涉经济成本。因此，要想全面彻底解决高速电气化铁路诸多问题，并使系统的综合经济技术指标达到最佳，就必须从系统结构、方法、原理出发，构建变压器接线方式、牵引供电方式、通信防护和平衡补偿等各部分相互匹配，集供电与补偿于一体的新型同相供电系统。

本书作者是最早开展新型同相供电系统方面研究的学者之一，在长期的研究实践中，逐步形成了较为完善的理论体系。书中详细介绍了新型同相牵引供电系统构建方案，系统全面阐述了解决谐波、无功、负序、通信干扰和过电分相等一系列问题的关键技术和理论，是相关专家和学者必备的参考资料。



序 二

本书作者针对单相工频交流电气化铁道存在负序、谐波、无功、通信干扰和“过电分相”问题，提出了将 AT 供电方式、不同接线方式变压器和平衡补偿装置三者有机结合，构建新型同相 AT 牵引供电系统，给出了基于“V”形变压器、“Y”形变压器和平衡变压器等多种平衡补偿同相 AT 牵引供电系统结构方案，并从供电可靠性、经济性和技术要求上，分析了各种方案的优劣。采用 AT 供电方式可以较好地解决通信干扰问题，采用由电力电子构成的平衡补偿装置可以动态实时补偿谐波、无功和负序，再结合合理的变压器接线方式可以构建出理想的新型同相供电系统。但是这首先需要研究解决系统最佳结构、平衡补偿的策略、最优补偿模型、最小设备容量、期望补偿电流检测方法、平衡补偿装置的合理结构、变流器的控制方法以及 AT 供电方式、不同接线方式变压器和平衡补偿装置如何实现最佳匹配等一系列的技术与理论问题。

为了在不同情况下都能使同相供电系统经济、高效、合理运行，本书讨论了两种最优补偿模型：以获得最佳负载为目标的对称电阻模型和以波形质量最优为目标的波形畸变最小模型；分析了设备容量与补偿端口和接线方式的关系，给出了三种满意补偿模型和设备容量最小化的方法。

本书讨论了当前谐波与无功电流检测方法所存在的问题和同相牵引供电系统综合补偿电流实时检测的特殊性，给出了多种新型检测方法，其中等效虚拟三相和基于 Fryze 功率定义的单相系统谐波与无功电流检测新方法，不需要构造环节，不存在构造延时，实时性好；基于最佳负载模型最优补偿电流检测方法无锁相环不受电压畸变影响；另外还给出了基于波形畸变最小模型的四种检测方法：有功电流分离检测法、等效虚拟三相检测法、考虑补偿度检测方法和无锁相环的检测方法。这些检测方法可以很好地适应电气化铁道同相牵引供电系统特殊性、复杂性和检测电流精确度、快速性的要求。

本书讨论了常用变流器的结构与系统的匹配方式，分析了不同接线方式同相牵引供电系统的平衡变换装置合理的结构，还提出了单相变流器双滞环电流比较状态优化控制方法和三相滞环比较单桥臂开关控制方法。

本书全面系统地阐述了高速铁路同相牵引供电系统的各种关键技术与理论,构建的系统方案能够有效解决谐波、无功、负序和“过电分相”以及通信干扰问题,并对于高速铁路运行安全性、可靠性、经济性和技术性能有很大改善。本书是针对本专业博士研究生、硕士研究生和相关学者撰写,可作为本专业本科生和从事相关工作与研究的专家、科技工作者参考资料。

A handwritten signature in black ink, consisting of stylized Chinese characters, likely the author's name.

序 三

单相交流电气化铁路除了谐波、无功和通信干扰之外，最突出的问题是单相牵引负荷引起了三相系统严重不平衡，通常的解决办法——换相连接只能减轻但并不能彻底解决系统不平衡问题，尤其是换相连接后各供电区段需要用分相绝缘器分隔。而分相绝缘器，无论在电气上还是机械上都是薄弱环节，高速电力机车过电分相时存在较大隐患，制约了高速、重载铁路的发展。因此，综合考虑各种因素，彻底解决“过电分相”问题，构建不仅对通信干扰有很好的防护效果，同时又能有效平衡三相负荷、滤除谐波、补偿无功，技术经济性能优越的新型同相牵引供电系统是高速电气化铁路发展的必然选择。

我们该如何构建这样的系统呢？采用全线同相供电可以取消“过电分相”，但无疑会进一步加大系统不平衡程度，因此必须采取强有力的负序补偿。为了达到更理想的效果，需要对负序、谐波和无功实施综合补偿，这必须针对牵引供电系统和牵引负荷的特点，解决负序、谐波、无功电流的实时检测、综合补偿电流生成、变流器控制等一系列技术问题。AT 供电方式对通信干扰防护效果性能优越，因此为了达到较好的通信防护效果，同相供电系统应优先考虑采用 AT 供电方式。但构建同相 AT 牵引供电系统，必须考虑该采用哪一种接线形式变压器和哪一种类型的平衡补偿装置，因为二者的结构形式会影响系统的可靠性、安全性、运行效果、技术性能和经济效益，系统优劣与否取决于 AT 供电方式、平衡补偿装置和变压器接线方式三者之间的匹配关系。平衡补偿是以达到某一性能指标为目标，性能指标包括一次系统三相不平衡程度、电压电流波形畸变程度、功率因数高低、电源向负荷传递能量时能量损失大小和设备容量利用率等，显然补偿目标不同补偿效果也不同，怎样才能使新型同相供电系统达到最优呢？以上这些问题在本书中都能找到答案。值得说明的是，尽管本书主要讨论了基于 AT 供电方式的新型同相供电系统，但其理论、原理、方法和技术同样适用于 BT 直供等其他供电方式。

本书作者长期从事于电能质量、谐波抑制、无功补偿和电气化铁道牵引供电系统方

面的研究工作，尤其对基于电力电子技术解决高速铁路同相供电系列问题颇有建树，先后曾发表过多篇很有影响力的学术论文，在多年的研究实践中逐步形成了综合解决高速电气化铁路牵引供电系统诸多问题的关键技术与理论，本书是作者多年来研究成果的结晶，值得相关专家、学者们学习参考。

丁树奎

正当世界各国都在为交通运输面临能源短缺、环境污染、事故多发等难题而深感忧虑之时，高速铁路以其节能、环保、高效、安全、舒适、快捷、准时等特点在运输市场竞争中脱颖而出。自1964年世界上第一条正式运行的高速铁路——东海道新干线在日本开通以来，高速铁路在世界各国得到了快速发展。继日本之后，法国、德国、西班牙、意大利、瑞典等国相继发展了高速铁路，且速度不断刷新。目前，国外高速铁路已进入干线化、网络化、国际化的飞速发展时期。

面对高速铁路建设高潮，加强高速铁路技术与理论的研究很有必要。作为高速铁路的重要组成部分——牵引供电系统是牵引负荷的动力来源，其供电质量优劣，对高速铁路安全、可靠、经济运行将产生重大影响。而当前牵引供电系统还存在着许多问题，如：谐波、负序、通信干扰以及“过电分相”等问题，降低了供电的效率与质量，且对高速铁路的安全、可靠运行构成了威胁。因此研究解决这些问题，建立适合高速铁路运行的新型牵引供电系统不仅必要且很有意义。本书在作者博士论文《高速铁路同相AT牵引供电系统研究》和多年来的研究成果基础上，深入分析了当前牵引供电系统存在的问题，系统阐述了基于有源补偿并结合通信防护效果优越的AT供电方式和不同接线变压器构建新型同相AT牵引供电系统的原理、方法与理论。本书内容包括：

第1章介绍了牵引变电所类型及各物理量之间的关系，阐述了电气化铁道存在通信干扰、谐波、无功和系统不平衡四大问题以及当前国内外解决这些问题的一般对策；讨论了不同接线方式系统不平衡程度以及采用平衡变压器和换相连接存在的问题。本章第一节还介绍了牵引供电系统常用的坐标变换，应用坐标变换可以使分析简化，达到事半功倍的效果，但越过本节内容并不影响进一步阅读。

第2章介绍了同相牵引供电系统基本类型、原理及特点；分析了采用电容、电感等无源器件和采用电子开关变流器实现同相供电平衡补偿的原理与方法。

第3章讨论了基于“V”形接线、“Y”形接线、平衡变压器接线和单相接线等多种接线形式，构建同相AT牵引供电系统结构方案；给出了与不同接线相匹配的平衡补偿装置结构和大容量平衡变换装置实现方法；从供电的可靠性、经济性、技术性能及实现的难易程度方面，分析了各种同相AT牵引供电系统方案的特点。

第4章讨论了同相牵引供电系统平衡补偿的模型、期望补偿电流、补偿容量和最小

设备容量；给出了以电源侧电压、电流波形畸变最小为目标的波形畸变最小模型和以负载达到对称纯阻性的理想负载为目标的最佳负载模型；分析了变压器容量、平衡补偿装置容量、系统提供的容量和期望补偿容量，与补偿目标、补偿端口、接线方式的关系，讨论了三种满意补偿模型和设备容量最小化的方法。

第 5 章分析了当前谐波与无功电流检测方法所存在的问题和同相牵引供电系统综合补偿电流实时检测的特殊性。针对单相牵引供电系统，讨论了谐波和无功电流的等效虚拟三相检测法和基于 Fryze 功率定义检测法；给出了基于最佳负载模型补偿电流检测方法和基于波形畸变最小模型的有功电流分离检测法、等效虚拟三相检测法、考虑补偿度检测法和无锁相环检测法。

第 6 章介绍了期望补偿电流、期望电压的生成原理与变流器多电平技术，讨论了单相变流器滞环状态优化控制、三相空间电压矢量控制、三相电流滞环比较控制、滞环电流比较单臂开关控制、三相电流解耦定频滞环控制、四桥臂电流比较解耦控制。

第 7 章讨论了平衡补偿装置参数选择原则，给出了不同接线形式同相牵引供电系统的仿真结果。

本书主要针对本专业博士研究生、硕士研究生和学者撰写，也可作为本专业本科生和从事相关工作与研究的专家、科技工作者的参考资料。

借本书出版之际特别要感谢我的导师西南交通大学连级三教授，我曾在他的精心指导下，完成了《高速铁路同相 AT 牵引供电系统研究》博士论文，为本书顺利出版奠定了基础。特别是连级三教授还审阅了本书的初稿，提出了中肯的修改意见。西南交通大学钱清泉院士，ABB 公司开发中心资深首席科学家、瑞典皇家工学院王建平教授，北京轨道交通建设与管理有限责任公司总经理丁树奎教授，为本书写了序言。西南交通大学贺威俊教授、李群湛教授，也为本书出版给予了关心和支持，在此一并表示感谢！

作 者

2020 年 10 月

第 1 章 电气化铁道牵引供电系统	001
1.1 牵引供电系统常用的坐标变换	001
1.2 牵引变电所类型及物理量之间的关系	009
1.3 牵引供电系统存在的主要问题与一般对策	020
1.4 本章小结	041
第 2 章 同相牵引供电系统概况	042
2.1 同相牵引供电系统基本构成及发展概况	042
2.2 同相牵引供电系统的类型	045
2.3 同相牵引供电系统平衡补偿的基本原理	052
2.4 同相牵引供电系统关键技术与理论	067
2.5 本章小结	068
第 3 章 同相 AT 牵引供电系统	070
3.1 同相 AT 牵引供电系统的构成及特点	070
3.2 同相 AT 牵引变电所构建方案	072
3.3 平衡补偿装置	082
3.4 本章小结	089
第 4 章 同相供电系统平衡补偿的模型与优化	091
4.1 最佳负载模型	091
4.2 波形畸变最小模型	096
4.3 系统谐波与不对称对补偿模型的影响	097
4.4 期望补偿电流	109
4.5 期望补偿功率	116
4.6 最小设备容量	128
4.7 本章小结	138

第 5 章 期望补偿电流检测	140
5.1 同相供电对电流检测的要求	140
5.2 谐波与无功电流实时检测	141
5.3 同相供电期望补偿电流的实时检测	158
5.4 本章小结	166
第 6 章 期望补偿电流生成	167
6.1 平衡补偿电流的生成原理	167
6.2 期望补偿电压的生成原理	171
6.3 变流器的电流控制技术	187
6.4 本章小结	211
第 7 章 同相牵引供电系统仿真	212
7.1 平衡变换装置参数确定原则	212
7.2 同相 AT 供电系统仿真分析	214
7.3 本章小结	222
参考文献	223

第 1 章 电气化铁道牵引供电系统

1.1 牵引供电系统常用的坐标变换

在电气化铁道牵引变电所，各种接线形式的变压器其功能除了电气隔离之外，主要是实现电压、电流变换。变压器对电压、电流的变换作用，如同数学上从一个坐标系到另一坐标系的坐标变换。如 YN,d11 接线变压器是将原边三相电压和电流变换为次边三相电压和电流，相当于从三相坐标系变换到另一个三相坐标系的坐标变换。而阻抗匹配接线变压器是将原边三相电压和电流变换为次边两相电压和电流，相当于从三相坐标系变换到两相坐标系的坐标变换。

此外，在同相供电系统中为了消除系统不平衡，须采用大功率变流技术，才能有效抑制谐波、无功和负序，实现系统三相平衡。而对变流器的控制策略研究也要用到与坐标变换及旋转矢量的概念。

1.1.1 旋转矢量

1. 旋转矢量的概念

设一个复数 i 的指数形式为

$$\dot{i} = I_m e^{j\varphi} \quad (1.1)$$

式中， I_m 为复数 i 的模； φ 为初相角，也就是相对于参考轴实轴的夹角。将复数 i 画在复平面上就是一个长度为 I_m 、初相角为 φ 的静止不动的矢量。在电路中一般称它为电流向量。如果式 (1.1) 右边乘以因子 $e^{j\omega t}$ ，用 \vec{i} 表示以区别静止的电流向量 i ，即

$$\vec{i} = I_m e^{j(\omega t + \varphi)} \quad (1.2)$$

这时矢量 \vec{i} 将随着时间的增长围绕着原点逆时针方向旋转，所以称其为旋转矢量，如图 1.1 所示，旋转的角速度为 ω ，初相角 φ 为 $t=0$ 时矢量 \vec{i} 与参考轴的夹角。

2. 旋转矢量与瞬时值之间的关系

图 1.2 (a) 为旋转矢量在两相坐标轴上的投影，其中 α 、 β 代表两相坐标轴，两坐标轴相差 90° ； φ_α 为 α 坐标轴与参考轴 OO 的夹角。根据矢量合成与分解的平行四边形法则，可得

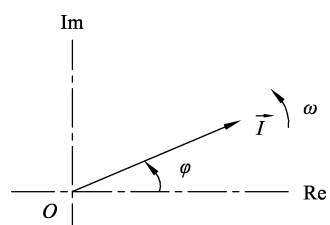


图 1.1 旋转矢量

$$\vec{I} = \dot{I}_\alpha + \dot{I}_\beta = i_\alpha e^{-j\varphi_\alpha} + j i_\beta e^{-j\varphi_\alpha} = (i_\alpha + j i_\beta) e^{-j\varphi_\alpha} \quad (1.3)$$

式中 i_α 、 i_β 分别为 \vec{I} 在坐标轴 α 、 β 上的投影值。由于 \vec{I} 随时间旋转，所以 i_α 、 i_β 随时间不断变化，是时间的函数，称为两相坐标系下的瞬时值。而坐标轴与参考轴的夹角恒定不变，分别为 $-\varphi_\alpha$ ， $\frac{\pi}{2} - \varphi_\alpha$ ，所以 $\dot{I}_\alpha = i_\alpha e^{-j\varphi_\alpha}$ 、 $\dot{I}_\beta = j i_\beta e^{-j\varphi_\alpha}$ 。

图 1.2 (b) 为旋转矢量与其在三相坐标轴上的投影，A、B、C 为三相坐标轴，坐标轴彼此相差 120° ， φ_A 为 A 坐标轴与参考轴 OO 的夹角。根据矢量合成与分解的平行四边形法则，同样可得

$$\begin{aligned} \vec{I} &= \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = i_A e^{-j\varphi_A} + a i_B e^{-j\varphi_A} + a^2 i_C e^{-j\varphi_A} \\ &= (i_A + a i_B + a^2 i_C) e^{-j\varphi_A} \end{aligned} \quad (1.4)$$

式中， i_A 、 i_B 、 i_C 分别为 \vec{I} 在坐标轴 A、B、C 上的投影值，同样由于 \vec{I} 随时间旋转，所以 i_A 、 i_B 、 i_C 是随时间不断变化的量值，称为三相坐标系下的瞬时值； a 为单位矢量因子或称为旋转因子，对于三相坐标系 $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$ 。根据图 1.2 (b) 坐标关系有， $\dot{I}_A = i_A e^{-j\varphi_A}$ 、 $\dot{I}_B = a i_B e^{-j\varphi_A}$ 、 $\dot{I}_C = a^2 i_C e^{-j\varphi_A}$ 。

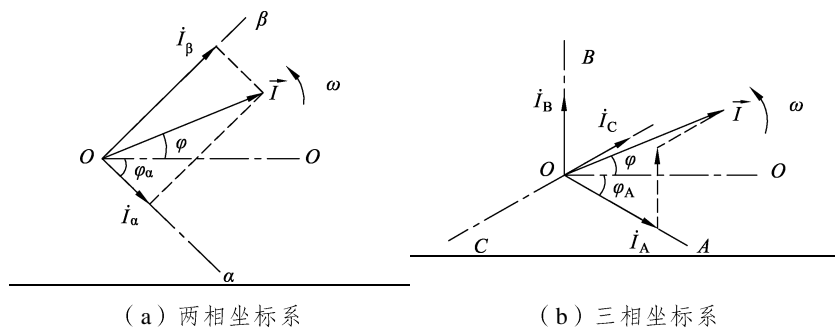


图 1.2 旋转矢量与瞬时值之间的关系

特别当 A 相坐标轴和 α 坐标轴分别与参考轴 OO 重合时，则

$$\vec{I} = i_A + a i_B + a^2 i_C = i_\alpha + j i_\beta \quad (1.5)$$

1.1.2 坐标变换

电机的定子与转子、变压器原边与次边绕组是通过磁场相互作用传递能量，而磁场的大小由磁势决定。如果两个系统所产生的磁势完全相等，那么两个系统作用效果相同，可以相互替代、互为等效。因此，三相系统星形接线可以等效为三角形接线，三相系统也可以等效为两相甚至多相系统，只要保持两者合成磁势相等，那么原、次边的能量传递关系就不会改变。变压器的原次边也可视为是两个坐标系，将原边视为一个坐标系，次边视为另一坐标系，为了保证变压器磁势平衡，变压器原边合成磁势和次边合成磁势也必须相等。

1. 两相系统的坐标变换

设矢量 \vec{I} 为静止或旋转矢量， α - β 和 M - T 分别为两个不同的两相直角坐标系，也可将 α - β 坐标系视为变压器原边系统，而 M - T 为变压器次边系统。 \vec{I} 在两个坐标系的坐标（投影值）分别为 i_α 、 i_β 和 i_M 、 i_T 。如图 1.3 所示，根据两个系统等效或磁势平衡原则，可得

$$W_\alpha (i_\alpha + j i_\beta) e^{-j\varphi_\alpha} = W_M (i_M + j i_T) e^{-j\varphi_M} \quad (1.6)$$

式中， W_M 、 W_α 分别为 α 、 β 坐标系和 M 、 T 坐标系的绕组匝数。两个复数相等，则其实虚部必须相等，由式 (1.6) 得

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{W_M}{W_\alpha} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\alpha M} & -\sin \varphi_{\alpha M} \\ \sin \varphi_{\alpha M} & \cos \varphi_{\alpha M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_M \\ i_T \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

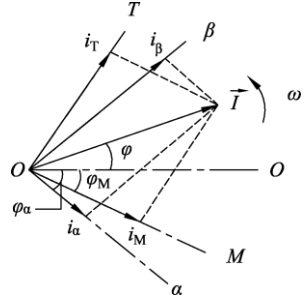


图 1.3 两相坐标系的坐标变换

式中， $\varphi_{\alpha M} = \varphi_\alpha - \varphi_M$ 为两个坐标系参考轴之间的夹角。注意 $\varphi_{\alpha M} = -\varphi_{M\alpha}$ ，令

$$C_{M\alpha} = \frac{W_M}{W_\alpha} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\alpha M} & -\sin \varphi_{\alpha M} \\ \sin \varphi_{\alpha M} & \cos \varphi_{\alpha M} \end{bmatrix} = \frac{W_M}{W_\alpha} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{M\alpha} & \sin \varphi_{M\alpha} \\ -\sin \varphi_{M\alpha} & \cos \varphi_{M\alpha} \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

式中， $C_{M\alpha}$ 表示从 M 、 T 坐标系到 α 、 β 坐标系的变换矩阵，其反变换矩阵记为 $C_{\alpha M}$ ，可求得

$$C_{\alpha M} = C_{M\alpha}^{-1} = \frac{W_\alpha}{W_M} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\alpha M} & \sin \varphi_{\alpha M} \\ -\sin \varphi_{\alpha M} & \cos \varphi_{\alpha M} \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

式 (1.9) 中的 $C_{M\alpha}$ 的上标 “-1” 表示矩阵求逆。

2. 三相与两相系统的坐标变换

假设系统原边为 A、B、C 三相，次边为 α 、 β 两相，根据变压器原、次边磁势平衡原则，有

$$W_2 (i_\alpha + j i_\beta) e^{-j\varphi_\alpha} = W_3 (i_A + a i_B + a^2 i_C) e^{-j\varphi_A} \quad (1.10)$$

式中， W_2 、 W_3 分别为两相和三相系统的绕组匝数，令 $\varphi_{\alpha A} = \varphi_\alpha - \varphi_A$ ，所以

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{W_3}{W_2} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\alpha A} & \cos \left(\varphi_{\alpha A} + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\varphi_{\alpha A} + \frac{4\pi}{3} \right) \\ \sin \varphi_{\alpha A} & \sin \left(\varphi_{\alpha A} + \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\varphi_{\alpha A} + \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

令

$$C_{A\alpha} = \frac{W_3}{W_2} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\alpha A} & \cos \left(\varphi_{\alpha A} + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\varphi_{\alpha A} + \frac{4\pi}{3} \right) \\ \sin \varphi_{\alpha A} & \sin \left(\varphi_{\alpha A} + \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\varphi_{\alpha A} + \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

式中, $C_{A\alpha}$ 为从 A、B、C 三相坐标系到 α 、 β 坐标系的变换矩阵, 由于 $C_{A\alpha}$ 不可逆, 所以不能直接求其反变换阵。

令

$$[i_A \ i_B \ i_C]^T = C_{\alpha A} [i_\alpha \ i_\beta]^T \quad (1.13)$$

当

$$C_{\alpha A} = \frac{2}{3} \frac{W_2}{W_3} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\alpha A} & \sin \varphi_{\alpha A} \\ \cos \left(\varphi_{\alpha A} + \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\varphi_{\alpha A} + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\varphi_{\alpha A} + \frac{4\pi}{3} \right) & \sin \left(\varphi_{\alpha A} + \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (1.14)$$

则

$$C_{A\alpha} \times C_{\alpha A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.15)$$

因此式 (1.11) 两边分别乘以 $C_{\alpha A}$, 可得式 (1.13), 所以 $C_{\alpha A}$ 是 $C_{A\alpha}$ 的反变换矩阵, 特别当 $W_2 = W_3$ 、 $\varphi_{\alpha A} = 0$ 时:

$$C_{A\alpha} = \frac{3}{2} C_{\alpha A}^T = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

为方便求逆矩阵, 可以在两相系统引入与平面垂直的第三相 γ 相, 并令

$$i_\gamma = 1/\sqrt{2}(i_A + i_B + i_C) \quad (1.17)$$

则

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_\gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1/2 & -1/2 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 \\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

变换矩阵为方阵, 可方便求逆, 其逆变换为

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & \sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \\ -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \\ i_\gamma \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

3. 三相与三相系统的坐标变换

考察 A、B、C 坐标系三相瞬时电流 i_A 、 i_B 、 i_C 和 a、b、c 坐标系三相瞬时电流 i_a 、 i_b 、 i_c 之间的关系。为了书写方便, 令 $\mathbf{i}_{ABC} = [i_A \ i_B \ i_C]^T$ 、 $\mathbf{i}_{abc} = [i_a \ i_b \ i_c]^T$ 、 $\mathbf{i}_{\alpha\beta} = [i_\alpha \ i_\beta]^T$ (以

下都用简写符号代替相应矩阵，特此说明)，根据三相两相变换式 (1.11) 和式 (1.13) 可得

$$\mathbf{i}_{ABC} = \mathbf{C}_{\alpha A} \mathbf{i}_{\alpha\beta} = \mathbf{C}_{\alpha A} \mathbf{C}_{\alpha\alpha} \mathbf{i}_{abc} = \mathbf{C}_{\alpha A} \mathbf{i}_{abc} \quad (1.20)$$

$\mathbf{C}_{\alpha A}$ 、 $\mathbf{C}_{\alpha\alpha}$ 可由式 (1.12) 和式 (1.14) 确定，代入上式可求得

$$\mathbf{C}_{\alpha A} = \mathbf{C}_{\alpha A} \mathbf{C}_{\alpha\alpha} = \frac{2}{3} \frac{W_a}{W_A} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{Aa} & \cos\left(\varphi_{Aa} + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\varphi_{Aa} + \frac{4\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\varphi_{Aa} - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \varphi_{Aa} & \cos\left(\varphi_{Aa} + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\varphi_{Aa} - \frac{4\pi}{3}\right) & \cos\left(\varphi_{Aa} - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \varphi_{Aa} \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

式中， W_A 、 W_a 分别为 A、B、C 坐标系和 a、b、c 坐标系绕组的匝数矩阵。

如果是从 ABC 坐标系到 abc 坐标系变换，可用同样方法求 \mathbf{C}_{Aa} ， \mathbf{C}_{Aa} 是 $\mathbf{C}_{\alpha A}$ 的反变换矩阵。根据对称性，简单方法是将式 (1.21) 中字符 A 与 a 对换，可得

$$\mathbf{C}_{Aa} = \frac{2}{3} \frac{W_A}{W_a} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{aA} & \cos\left(\varphi_{aA} + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\varphi_{aA} + \frac{4\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\varphi_{aA} - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \varphi_{aA} & \cos\left(\varphi_{aA} + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\varphi_{aA} - \frac{4\pi}{3}\right) & \cos\left(\varphi_{aA} - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos \varphi_{aA} \end{bmatrix} \quad (1.22)$$

$$\mathbf{i}_{abc} = \mathbf{C}_{Aa} \mathbf{i}_{ABC} \quad (1.23)$$

4. 多相系统的坐标变换

在实际中用到的坐标变换主要是以上讨论的几种，但个别情况也有例外，这时就需要通用的坐标变换关系。以下讨论任意 N 相坐标系统与任意 k 相坐标系统的坐标变换，并设两个坐标系的瞬时电流分别为 i_A, i_B, \dots, i_N 和 i_a, i_b, \dots, i_k 。以下通过两相系统关系来建立 N 相和 k 相变换关系。根据两相与多相系统之间的关系，有

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{W_N}{W_2} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\alpha A} & \cos\left(\varphi_{\alpha A} + \frac{2\pi}{N}\right) & \cdots & \cos\left(\varphi_{\alpha A} + (N-1)\frac{2\pi}{N}\right) \\ \sin \varphi_{\alpha A} & \sin\left(\varphi_{\alpha A} + \frac{2\pi}{N}\right) & \cdots & \sin\left(\varphi_{\alpha A} + (N-1)\frac{2\pi}{N}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix} \quad (1.24)$$

$$\begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} = \frac{W_k}{W_2} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\alpha a} & \cos\left(\varphi_{\alpha a} + \frac{2\pi}{k}\right) & \cdots & \cos\left(\varphi_{\alpha a} + (k-1)\frac{2\pi}{k}\right) \\ \sin \varphi_{\alpha a} & \sin\left(\varphi_{\alpha a} + \frac{2\pi}{k}\right) & \cdots & \sin\left(\varphi_{\alpha a} + (k-1)\frac{2\pi}{k}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ \vdots \\ i_k \end{bmatrix} \quad (1.25)$$

式中, W_N 、 W_k 、 W_2 分别为 N 相、 k 相和两相系统的绕组匝数。若令 $C_{\alpha\alpha}$ 为由 k 相坐标系到两相坐标系的变换矩阵, 则

$$C_{\alpha\alpha} = \frac{W_k}{W_2} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\alpha a} & \cos\left(\varphi_{\alpha a} + \frac{2\pi}{k}\right) & \cdots & \cos\left(\varphi_{\alpha a} + (k-1)\frac{2\pi}{k}\right) \\ \sin \varphi_{\alpha a} & \sin\left(\varphi_{\alpha a} + \frac{2\pi}{k}\right) & \cdots & \sin\left(\varphi_{\alpha a} + (k-1)\frac{2\pi}{k}\right) \end{bmatrix} \quad (1.26)$$

$C_{\alpha\alpha}$ 的反变换矩阵用 $C_{\alpha\alpha}$ 表示, 则

$$\mathbf{i}_{abc\dots k} = [i_a \ i_b \ \cdots \ i_k]^T = C_{\alpha\alpha} \mathbf{i}_{\alpha\beta} \quad (1.27)$$

利用正余弦函数的正交性, 注意到

$$\frac{2}{k} \frac{W_2^2}{W_k^2} C_{\alpha\alpha} C_{\alpha\alpha}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = C_{\alpha\alpha} C_{\alpha\alpha} \quad (1.28)$$

比较式 (1.28) 两边, 可得

$$C_{\alpha\alpha} = \frac{2}{k} \frac{W_2}{W_k} \begin{bmatrix} \cos \varphi_{\alpha a} & \sin \varphi_{\alpha a} \\ \cos\left(\varphi_{\alpha a} + \frac{2\pi}{k}\right) & \sin\left(\varphi_{\alpha a} + \frac{2\pi}{k}\right) \\ \vdots & \vdots \\ \cos\left(\varphi_{\alpha a} + (k-1)\frac{2\pi}{k}\right) & \sin\left(\varphi_{\alpha a} + (k-1)\frac{2\pi}{k}\right) \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

将式 (1.24) 代入式 (1.27) 可得

$$\mathbf{i}_{abc\dots k} = C_{Aa} \mathbf{i}_{ABC\dots N} \quad (1.30)$$

式中

$$C_{Aa} = C_{\alpha\alpha} C_{\alpha a} = \frac{2W_N}{kW_k} [C_1 \ C_2 \ \cdots \ C_N] \quad (1.31)$$

其中

$$C_{i(i=1,2,\dots,N)} = \begin{bmatrix} \cos\left(\varphi_{Aa} - (i-1)\frac{2\pi}{N}\right) \\ \cos\left(\varphi_{Aa} + \frac{2\pi}{N} - (i-1)\frac{2\pi}{N}\right) \\ \vdots \\ \cos\left(\varphi_{Aa} + (k-1)\frac{2\pi}{N} - (i-1)\frac{2\pi}{N}\right) \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

1.1.3 坐标变换的基本原则

1. 功率守恒原则

坐标变换必须遵守功率守恒定律，包括功率守恒定律、功率守恒伴随式、电压电流功率守恒对偶式。

1) 功率守恒定律

功率守恒是基本规律，不管什么类型的变压器，其输入的功率恒等于变压器内部损失的功率与变压器输出功率之和。如果忽略变压器的内部损耗，变压器的输入功率必须等于变压器的输出功率；而变压器输出的功率又必须等于负载吸收的功率。

为不失一般性，假定牵引变压器一次侧有 N 相，二次侧有 k 相，原次边及负荷端口的电压、电流向量如图 1.4 所示，其中，

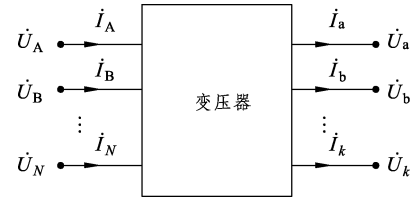


图 1.4 变压器多端口网络

\dot{U} —— N 行 1 列变压器原边电压向量矩阵， $\dot{U} = [\dot{U}_A \ \dot{U}_B \ \cdots \ \dot{U}_N]^T$ ；

\dot{i} —— N 行 1 列原边电流向量矩阵， $\dot{i} = [\dot{i}_A \ \dot{i}_B \ \cdots \ \dot{i}_N]$ ；

\hat{i} —— \dot{i} 的共轭矩阵；

\dot{U}' —— k 行 1 列变压器次边电压向量矩阵， $\dot{U}' = [\dot{U}_a \ \dot{U}_b \ \cdots \ \dot{U}_k]^T$ ；

\dot{i}' —— k 行 1 列次边电流向量矩阵， $\dot{i}' = [\dot{i}_a \ \dot{i}_b \ \cdots \ \dot{i}_k]$ ；

\hat{i}' —— \dot{i}' 的共轭；

\dot{U}_m 、 \dot{i}_m —— 分别为负载端口的电压、电流向量， m 表示第 m 个端口，负载可以接于相与相之间，也可以接于相上；在牵引变压器所中牵引负荷都是接于端口上。

为表述方便，定义两个集合 $Y = \{A \ B \ \cdots \ N\}$ ， $X = \{a \ b \ \cdots \ k\}$ ，两个集合的元素由相序符号组成。

功率守恒式可写为

$$\dot{U}^T \hat{i} = \dot{U}' \hat{i}' = \sum_m \dot{U}_m \hat{i}_m \quad (m \in X) \quad (1.33)$$

式中， $\dot{U}^T \hat{i}$ 、 $\dot{U}' \hat{i}'$ 、 $\sum_m \dot{U}_m \hat{i}_m$ 分别为变压器原边输入功率、次边输出功率和负载所消耗的功率，当忽略变压器各种损耗时，三者必然恒等，所以称式 (1.33) 为功率守恒式。

3) 电压、电流对偶式

对于一个确定的变压器，原次边电压以及原次边电流之间的关系是确定的，总是可以写为

$$\begin{cases} \dot{i}' = M \dot{i} \\ \dot{U} = Q \dot{U}' \end{cases} \quad (1.34)$$

式中， Q 为 N 行 k 列的电压变换矩阵； M 为 k 行 N 列电流变换矩阵。且对于任何变压器 M 和 Q 都恒为实数矩阵。将式 (1.34) 代入式 (1.33) 可得

$$\dot{U}^T \hat{I} = \dot{U}'^T Q^T \hat{I} = \dot{U}'^T I'^* = \dot{U}'^T \hat{M} \hat{I} \quad (1.35)$$

由于 Q 和 M 都为实数矩阵，所以

$$M = \hat{M} = Q^T \quad (1.36)$$

式 (1.36) 说明对于任何一种变压器，电流变换矩阵恒等于电压变换矩阵的转置。式 (1.34) 可改写为

$$\begin{cases} \dot{I}' = M \dot{I} \\ \dot{U} = M^T \dot{U}' \end{cases} \quad (1.37)$$

式 (1.37) 电流变换式与电压变换式有对偶关系，只要功率守恒，变压器原次边电压、电流就有如式 (1.37) 的关系，所以称其为电压电流对偶式。

3) 功率守恒伴随式

对于变压器还有一个与功率守恒相似的恒等式，可用下式表示

$$\dot{U}^T \dot{I} = \dot{U}'^T \dot{I}' = \sum_m \dot{U}_m \dot{I}_m \quad (m \in X) \quad (1.38)$$

式 (1.38) 为什么也能够成立呢？我们利用功率守恒式和电压电流对偶式给出证明。根据式 (1.37) 容易得

$$\dot{U}^T \dot{I} = \dot{U}'^T M \dot{I} = \dot{U}'^T \dot{I}' \quad (1.39)$$

所以式 (1.38) 左半部分等式成立。现证明式 (1.38) 右半部分等式 $\dot{U}'^T \dot{I}' = \sum_m \dot{U}_m \dot{I}_m$ 也成立。

假设负载接于变压器次边第 i 相与第 j 相之间，则有

$$\begin{cases} \dot{I}_i = \dot{I}_f \\ \dot{I}_j = -\dot{I}_f \\ \dot{I}_m = 0 \quad (m \neq i, j) \end{cases} \quad (1.40)$$

式中， \dot{I}_f 为负荷电流。则

$$\dot{U}'^T \dot{I}' = (\dot{U}_i - \dot{U}_j) \dot{I}_f = \dot{U}_{ij} \dot{I}_f = \dot{U}_f \dot{I}_f \quad (1.41)$$

式中， $\dot{U}_f = \dot{U}_{ij} = \dot{U}_i - \dot{U}_j$ 为负载端口电压，也即第 i 相电压 \dot{U}_i 与第 j 相电压 \dot{U}_j 之差值。如果有 m 个负载接于不同端口时，可应用叠加原理，同样可证明式 (1.38) 右半部分成立。

值得说明的是，当负载并非接于相与相之间而是接于任意一相上或几个相上时，应用相同方法可证明式 (1.38) 依然成立。

以上证明利用了变压器的功率守恒定律和电压电流对偶式，二者对于所有变压器都是成立的，所以当忽略变压器内部损耗时，式 (1.38) 与功率守恒关系式一样也是恒等式，我们将式 (1.38) 称为功率守恒伴随式。

2. 磁势平衡原则

前文已述及，不管怎样变换，变换前后电机中的旋转磁势不应该发生改变；变压器铁芯

上的各相绕组磁势满足磁势平衡，也即，总合成磁势为零，此时变压器原边各相合成磁势等于次边各相合成磁势。