



# 建筑力学

---

主 编 ◎ 田北平 刘文方 李 翔

副主编 ◎ 张应迁 李 俊

西南交通大学出版社  
· 成 都 ·



---

图书在版编目 (C I P) 数据

建筑力学 / 田北平, 刘文方, 李翔主编. —成都:  
西南交通大学出版社, 2023.2  
ISBN 978-7-5643-9136-2

I. ①建… II. ①田… ②刘… ③李… III. ①建筑力  
学 IV. ①TU311

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2022) 第 255242 号

---

Jianzhu Lixue

建筑力学

主 编 / 田北平 刘文方 李 翔 责任编辑 / 姜锡伟  
封面设计 / GT 工作室

西南交通大学出版社出版发行  
(四川省成都市金牛区二环路北一段 111 号西南交通大学创新大厦 21 楼 610031)  
发行部电话: 028-87600564 028-87600533  
网址: <http://www.xnjdcbs.com>  
印刷: 四川煤田地质制图印务有限责任公司

成品尺寸 185 mm × 260 mm  
印张 20.5 字数 512 千  
版次 2023 年 2 月第 1 版 印次 2023 年 2 月第 1 次

书号 ISBN 978-7-5643-9136-2  
定价 58.00 元

课件咨询电话: 028-81435775  
图书如有印装质量问题 本社负责退换  
版权所有 盗版必究 举报电话: 028-87600562

本书根据高等学校土建类专业建筑力学课程的基本要求编写，从一般地方高校的教学实际和培养目标出发，以工程实际为背景，注重力学概念、力学解题能力的培养，力求理论与应用并重、知识传授与能力培养兼顾，反映了课程教学内容和课程体系改革的研究成果。为落实应用性人才培养的要求，通过校企合作，我们与四川远建建筑工程设计有限公司联合编写了本书。本书在注重基本理论和基本方法讲授的基础上，注重培养解决实际问题的能力，力求论述简明扼要、层次清楚，使学生能熟练掌握基本概念、基本理论、基本方法和计算技能并能结合实际工程情况进行分析研究。

本书共分 16 章和 3 个附录，主要内容包括：物体的受力分析、力系的简化、力系的平衡、拉伸和压缩、扭转、弯曲应力、梁弯曲时的位移、简单的超静定问题、应力状态和强度理论、组合变形及连接件部分的计算、压杆稳定、平面体系的几何组成分析、静定结构的内力分析、静定结构的位移计算、超静定结构的内力计算和截面图形的几何性质等。我们在选材、阐述问题的角度与方式、措施、行文等方面力求深入浅出、通俗明晰、层次分明，注意启发式教学，为读者的独立思维留下较大空间，以利于培养创新能力。在教学内容和例题、习题的编排上，我们归类精选了各类概念性强的例题、习题。例题少而精，且为课程重点，其分析与讨论由浅入深，有利于读者掌握解题方法。本书的编排主要照顾了土建类专业中、少学时数需求，减少了课堂授课时数，增大了学生自学和思考空间。

本书全部内容需要 60~70 学时，适合作为土木工程、建筑材料、给水排水、采暖通风、动力机械、工程管理、环境保护等土建类本科专业建筑力学课程的教材，同时也可供有关工程技术人员参考。

参加本书编写的有：四川轻化工大学张应迁（第 1 章、第 2 章、第 3 章）、田北平（第 10 章、第 13 章）、刘文方（第 12 章）、钟小兵（第 7 章）、李佳（第 4 章）、胡庸（第 6 章）、杨霞（第 9 章）、叶建兵（第 11 章）、杨浪（第 14 章、附录）、李俊（第 15 章）、王培懿（第 16 章）、攀枝花学院岳华英（第 5 章）、四川远建建筑工程设计有限公司李翔（第 8 章）。全书由田北平主编并统稿。

本书的编写出版得到了西南交通大学出版社的大力支持，编者谨在此表示诚挚的谢意。

由于编者水平有限、时间仓促，书中不妥之处在所难免，希望采用本教材的教师和读者，对使用中发现的问题，提出宝贵的意见和建议。（作者 E-mail: tianbeiping@126.com）

编 者

2023 年 1 月

第 1 章 结构计算简图 物体受力分析 .....	001
1.1 静力学公理 .....	002
1.2 物体的受力分析 .....	005
第 2 章 力系的简化 .....	020
2.1 力的投影 .....	020
2.2 力对点的矩 .....	021
2.3 力系等效原理 .....	022
2.4 力偶与力偶矩 .....	025
第 3 章 力系的平衡 .....	031
3.1 平衡方程 .....	031
3.2 平面桁架 .....	037
3.3 考虑摩擦时的平衡问题 .....	041
第 4 章 材料力学概述及其基本概念 .....	056
4.1 材料力学概述 .....	056
4.2 材料力学与生产实践的关系 .....	057
4.3 可变形固体的性质及其基本假设 .....	058
4.4 内力、截面法和应力的概念 .....	058
4.5 杆件变形的基本形式 .....	060
第 5 章 轴向拉伸与压缩 .....	064
5.1 轴向拉伸与压缩概述 .....	064
5.2 轴向拉压杆的内力 截面法及轴力图 .....	064
5.3 轴向拉压杆横截面上的应力 .....	067
5.4 许用应力与安全系数 轴向拉压杆的强度计算 .....	070
5.5 轴向拉压杆的变形计算 .....	075

5.6	材料在拉伸与压缩时的力学性质 .....	079
5.7	应力集中的概念 .....	084
5.8	轴向拉伸与压缩的超静定问题 .....	085
<b>第 6 章</b>	<b>扭 转</b> .....	<b>098</b>
6.1	扭转概述 .....	098
6.2	纯剪切 .....	101
6.3	圆轴扭转时的应力 .....	103
6.4	圆轴扭转时的变形 .....	107
<b>第 7 章</b>	<b>弯曲内力及应力</b> .....	<b>112</b>
7.1	梁承受荷载的特点 梁的计算简图 .....	112
7.2	梁的弯矩和剪力 .....	114
7.3	剪力、弯矩方程 剪力图、弯矩图 .....	116
7.4	弯矩、剪力与分布荷载的关系及其应用 .....	121
7.5	叠加法作弯矩图 .....	125
7.6	梁的弯曲试验 平面假设 .....	128
7.7	对称弯曲正应力公式 .....	130
7.8	常见截面的 $I_z$ 和 $W_z$ .....	133
7.9	梁的正应力强度条件 .....	136
7.10	梁的剪应力 .....	137
7.11	梁的合理截面 .....	140
<b>第 8 章</b>	<b>梁弯曲时的位移</b> .....	<b>147</b>
8.1	弯曲变形的概念 .....	147
8.2	积分法求梁的变形 .....	147
8.3	叠加法求梁的变形 .....	152
<b>第 9 章</b>	<b>简单超静定问题</b> .....	<b>156</b>
9.1	超静定问题及其解法 .....	156
9.2	拉压超静定问题 .....	157
9.3	扭转超静定问题 .....	162
9.4	简单超静定梁 .....	165
<b>第 10 章</b>	<b>应力状态和强度理论</b> .....	<b>173</b>

10.1	应力状态问题概述 .....	173
10.2	平面应力状态的应力分析 .....	176
10.3	平面应力状态下的极值应力和主应力 .....	179
10.4	广义胡克定律 .....	182
10.5	强度理论 .....	184
<b>第 11 章</b>	<b>组合变形及连接部分计算 .....</b>	<b>191</b>
11.1	组合变形和连接概述 .....	191
11.2	两相互垂直平面内的弯曲——斜弯曲 .....	192
11.3	拉伸或压缩与弯曲的组合 .....	194
11.4	扭转与弯曲的组合变形 .....	202
11.5	连接件的实用计算 .....	205
11.6	铆钉连接的计算 .....	208
<b>第 12 章</b>	<b>压杆稳定 .....</b>	<b>215</b>
12.1	压杆稳定概述 .....	215
12.2	两端铰支细长压杆临界力的欧拉公式 .....	217
12.3	不同约束条件下细长压杆的临界力 .....	219
12.4	欧拉公式的应用范围 临界应力总图 .....	219
12.5	压杆的稳定计算及提高稳定性的措施 .....	223
<b>第 13 章</b>	<b>平面体系的几何组成分析 .....</b>	<b>229</b>
13.1	平面体系的几何组成概述 .....	229
13.2	刚片、自由度和约束的概念 .....	230
13.3	平面几何不变体系的基本组成 .....	231
13.4	平面体系自由度计算和几何组成分析 .....	232
13.5	几何组成分析举例 .....	233
13.6	静定结构与超静定结构 .....	234
<b>第 14 章</b>	<b>静定结构内力分析 .....</b>	<b>236</b>
14.1	静定梁 .....	236
14.2	静定平面刚架 .....	238
14.3	三铰拱 .....	241
14.4	静定平面桁架 .....	244
14.5	静定组合结构 .....	248
14.6	静定结构的特性 .....	249

第 15 章 静定结构的位移计算 .....	252
15.1 结构位移概述 .....	252
15.2 虚功原理 .....	252
15.3 结构位移计算的一般公式 .....	256
15.4 荷载作用下的静定结构位移计算 .....	257
15.5 图乘法 .....	260
15.6 非荷载因素作用下的静定结构位移计算 .....	265
第 16 章 超静定结构的内力计算 .....	271
16.1 超静定结构的概念 .....	271
16.2 力法的基本概念 .....	273
16.3 力法计算步骤与实例 .....	276
16.4 对称性的利用 .....	278
16.5 超静定结构的位移计算 .....	280
16.6 超静定结构内力计算的校核 .....	281
16.7 位移法 .....	283
16.8 力矩分配法 .....	291
附 录 .....	299
附录 I 截面的几何性质 .....	299
附录 II 常用截面的面积、形心、形心惯性矩 .....	315
附录 III 位移法等直线杆的形常数和载常数 .....	317
参考文献 .....	320



# 第 1 章 结构计算简图 物体受力分析

静力学研究物体在力系的作用下相对于惯性系静止的力学规律。静力学在工程中有广泛的应用，同时也是学习其他力学分支的基础。

理论力学中的静力学以理想化的力学模型——刚体和刚体系为研究对象，也称为**刚体静力学**。

本书前 3 章主要研究以下三个基本问题：

## 1. 物体的受力分析

研究工程中的力学问题，首先要选取一个适当的研究对象（它可以是一个物体或者是由几个相互联系的物体所组成的一个系统），并将它从周围物体中分离出来，周围物体对它的作用用力来代替。分析研究对象所受的全部力并将其表示在受力图中，这样一个过程就是物体的受力分析。

显然，物体的受力分析是研究力学问题最基本的步骤，正确的受力分析对于研究任何力学问题都是至关重要的。

## 2. 力系的等效替换及简化

作用于同一刚体的一组力称为**力系**。各力的作用线都在同一平面内的力系称为**平面力系**。平面力系是工程应用中最常见的力系，是静力学研究的重点。如果两个不同的力系对同一刚体产生同样的作用，则称此二力系互为**等效力系**，与一个力系等效力称为该力系的**合力**。

如何判断任意两个力系是否等效，怎样寻求一个已知力系的更简单的等效力系，对于工程实践中力学问题的简化显然具有十分重要的意义。力系的简化是静力学要研究的基本问题之一。

## 3. 力系的平衡条件及其应用

使刚体的原有运动状态不发生改变的力系称为**平衡力系**，平衡力系所要满足的数学条件称为**平衡条件**。显然，刚体在平衡力系的作用下并不一定处于静止状态，它也可能处于某种惯性运动状态，例如作匀速直线平动或绕固定轴作匀速转动。因此，力系平衡仅仅是刚体处于静止状态的必要条件。但在静力学中它们被认为是等同的，因为刚体静力学研究的是在惯性系中静止的物体在力系作用下继续保持静止的规律。

各种力系的平衡条件及其应用是静力学研究的重点内容，在工程实践中有十分广泛的应用。

静力学的基本概念、基本假设及物体的受力分析是静力学理论的基础，对于静力学研究的重要性是不言而喻的。本章的基本内容包括：力的概念、力在坐标轴上的投影、力对点的矩和力对轴的矩、力系的主矢和主矩、力偶的概念、约束和约束力的概念，力系等效原理及其推论，物体的受力分析。

本章阐述静力学中的 5 条公理，得出 2 条推理。此外，本章还介绍了工程中常见的约束

类型及其约束力分析，同时介绍了力学模型与力学建模的概念。

### 1.1 静力学公理

力是物体间的相互作用，其作用结果是使物体的运动状态发生改变，或使物体产生变形。对刚体而言，力的作用只改变其运动状态。

力对物体的作用效果取决于力的大小、方向和作用点，它们被称为力的三要素。具有大小和方向，且其加法满足平行四边形法则的物理量称为**矢量**。由于力不但有大小和方向，而且两个共点力的合成满足平行四边形法则，因而**力是矢量**。考虑到力的作用效果与其作用点的位置有关，更确切地说，力是**定位矢量**。本书用粗斜体字母来标记矢量，例如  $\mathbf{F}$ 、 $\mathbf{P}$ 、 $\mathbf{r}$  等，对应的细斜体字母  $F$ 、 $P$ 、 $r$  等表示相应矢量的模。当在书写中不使用粗斜体字母来表示矢量时，一般在字母上方加横线来表示，例如  $\bar{L}$ 、 $\bar{L}$ 、 $\bar{r}$  等。必须注意：矢量和标量是两类不同类型的物理量，在任何情况下标记的符号都应严格加以区别，不可混淆。

在图中通常用有向线段来表示力，如图 1-1 所示，箭头表示力的方向，线段的起点或终点为力的作用点，线段所在的直线  $AB$  称为力的作用线。

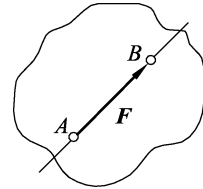


图 1-1 力在图中的表示

度量力的大小的单位，在国际单位制 (SI) 中为牛[顿] (N) 或千牛[顿] (kN)。

公理是人们在生活和生产实践中长期积累的经验总结，又经过实践反复检验，被确认是符合客观实际的最普遍、最一般的规律。

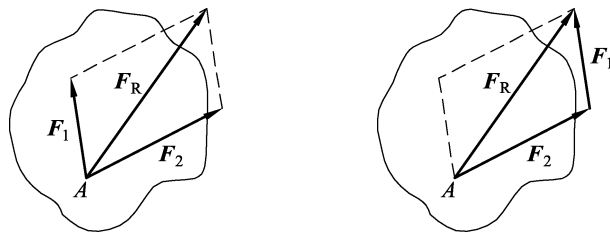
#### 公理 1 力的平行四边形法则

作用在物体同一点上的两个力可以合成一个合力。合力的作用点也在该点，合力的大小和方向由这两个力为边构成的平行四边形的对角线确定，如图 1-2 所示。或者说，合力矢等于这两个力矢的几何和，即

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 \quad (1-1)$$

应用我们所熟知的求合矢量的平行四边形法则可以求得两个共点力  $\mathbf{F}_1$  和  $\mathbf{F}_2$  的合力  $\mathbf{F}_R$ ，如图 1-2 (a) 所示。有时也可将其中任意一个分力平移到平行四边形的对边构成一个三角形，如图 1-2 (b) 所示，这种求合力的方法称为力的三角形法则。但要注意应用力三角形仅仅是为了方便地表示出各力矢的大小和方向，并不表示力（例如图中的  $\mathbf{F}_1$ ）的作用位置已经改变。

这个公理是复杂力系简化的基础。



(a) (b)

图 1-2 力的平行四边形法则和力的三角形法则

## 公理 2 二力平衡条件

刚体在两个力的作用下处于平衡的充分必要条件是此二力大小相等、方向相反且作用线重合(图 1-3)。上述结论由平衡定理立即可得。读者应注意二力平衡条件与牛顿第三定律之间的区别。

工程上常见的只受两个力作用而平衡的构件,称为二力构件(二力杆、二力体等)。根据二力平衡条件,此二力必作用在沿其作用点的连线上,且大小相等、方向相反。

这个公理表明了作用于刚体上最简单力系平衡时所必须满足的条件。

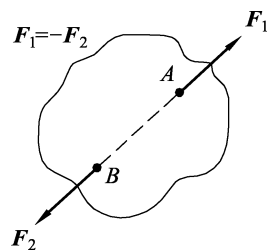


图 1-3 二力平衡条件

## 公理 3 加减平衡力系公理

在作用于刚体的任一力系上加上或减去任意的平衡力系,并不改变原力系对刚体的作用。根据力系等效原理,上述结论是显然的。

这个公理是研究力系等效替换的重要依据。

根据上述公理可以导出下列推理:

### 推理 1 力的可传性

作用于刚体上某点的力可沿其作用线移至刚体内任一点而不改变该力对刚体的作用。作用于刚体上的力可以沿着作用线移动,这种矢量称为**滑移矢量**,于是作用于刚体的力由定位矢量变成了滑移矢量。

由此可见,对于刚体来说,力的作用点已不是决定力的作用效应的要素,它已为作用线所代替。因此,作用于刚体上的力的三要素是:力的大小、方向和作用线。

### 推理 2 三力平衡汇交定理

作用于刚体上的三个相互平衡的力,若其中两个力的作用线汇交于一点,则此三力必在同一平面内,且第三个力的作用线通过汇交点。

**证明** 设不平行的三力  $F_A$ 、 $F_B$  和  $F_C$  分别作用于刚体上的点  $A$ 、 $B$  和  $C$ ,首先证明平衡时此三力必共面。如图 1-4 (a) 所示,根据平衡定理,力系对  $A$  点的主矩要等于零,即

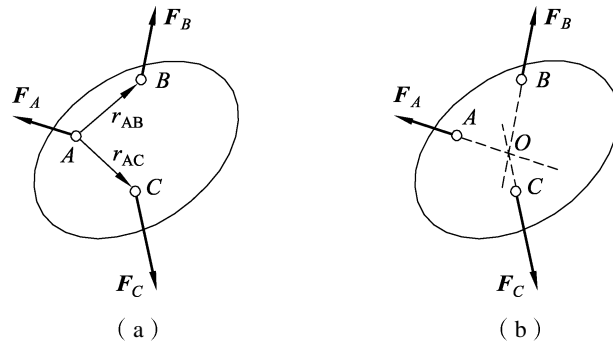


图 1-4 三力平衡汇交定理

$$M_A = \sum M_A(F_i) = 0$$

故有

$$r_{AB} \times F_B + r_{AC} \times F_C = 0$$

要上式成立，上式左边的两个矢量积必须是方向相反的，于是由  $r_{AB}$  和  $F_B$  决定的平面与由  $r_{AC}$  和  $F_C$  决定的平面必须相互平行或者重合。注意到这两个平面有一个公共点  $A$ ，因此它们必然重合，换句话说， $F_B$  和  $F_C$  是共面的。完全类似的，由力系对  $B$  点的主矩等于零，可以推断出  $F_A$  和  $F_C$  共面。这样我们就证明了平衡时  $F_A$ 、 $F_B$  和  $F_C$  必然共面。既然三力共面且相互又不平行，则其中任意两个力的作用线必然要相交于一点。如图 1-4 (b) 所示，假设  $F_A$  和  $F_B$  的作用线相交于  $O$  点，根据平衡定理，力系对  $O$  点的主矩等于零，而  $F_A$  和  $F_B$  对  $O$  点的矩显然为零，由此可得  $M_O(F_C) = 0$ ，于是  $F_C$  的作用线也要通过  $O$  点。定理得证。

三力平衡汇交定理是刚体受不平行的三力作用而平衡的必要条件，可用于确定未知力的方向。

#### 公理 4 作用和反作用公理

作用力和反作用力总是同时存在，两力的大小相等、方向相反、沿着同一直线分别作用在两个相互作用的物体上。若用  $F$  表示作用力，又用  $F'$  表示反作用力，则

$$F = F'$$

这个公理概括了物体间相互作用的关系，表明作用力和反作用力总是成对出现的。由于作用力和反作用力分别作用在两个物体上，因此，不能将它们视为平衡力系。

#### 公理 5 刚化原理

作为刚体静力学理论基础的力系等效原理，在一定的条件下也可应用于变形体。经验证明：如果变形体在力系作用下已处于平衡状态，则将此变形体刚化（变为刚体）后其平衡状态仍然保持不变。这个结论称为刚化原理。刚化原理表明：变形体平衡时，作用于其上的力系一定满足刚体静力学的平衡条件。但刚体静力学的平衡条件并不能保证变形体的平衡，变形体的平衡还需要满足某些附加条件。因此，刚体平衡的充分必要条件对于变形体而言只是必要条件而不是充分条件。例如一段柔绳在两个力（拉力）的作用下平衡时，此二力一定要

满足等值、反向、共线的条件（二力平衡条件），如图 1-5（a）所示。但柔绳在满足上述条件的二力作用下却不一定能平衡，而与柔绳是受拉还是受压有关，如图 1-5（b）所示。

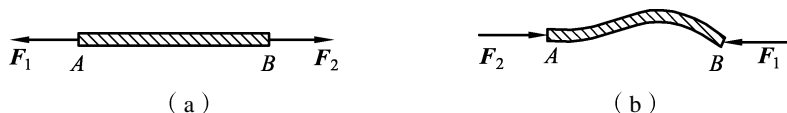


图 1-5 静力等效替换破坏了柔绳的平衡

刚化原理建立了刚体静力学与变形体静力学之间的联系，变形体的平衡条件必然包括刚体的平衡条件，力系等效原理及其推论可以有条件地应用于变形体，这就是刚化原理的意义所在。

适用于刚体的力系等效原理及其推论应用于变形体时要受到一定的限制，因为静力等效替换可能破坏变形体的平衡状态，或使变形体的变形和内力发生变化。首先来看下面的例子。

如图 1-5（a）所示的柔绳  $AB$ ，在大小相等、方向相反的两个力  $F_1$  和  $F_2$  的作用下平衡。若用与原力系等效的力系替代原力系，如图 1-5（b）所示，则使柔绳的平衡状态遭到破坏。

又如图 1-6（a）中所示的弹性杆件， $A$  端固定， $B$  端受拉力  $F_P$  作用，杆重忽略不计。根据二力平衡条件， $A$  端的作用力  $F_N = F_P$ 。若以作用于杆件  $C$  点处的等效力  $F_P$  代替原作用于  $B$  端的拉力  $F_P$ ，如图 1-6（b）所示，则  $AB$  杆依然保持平衡，固定端  $A$  的反力  $F_N$  不变，但杆件由  $AB$  整段受拉变成了只是  $AC$  段受拉，因而整个杆件的变形和内力都与原来的情况明显不同。

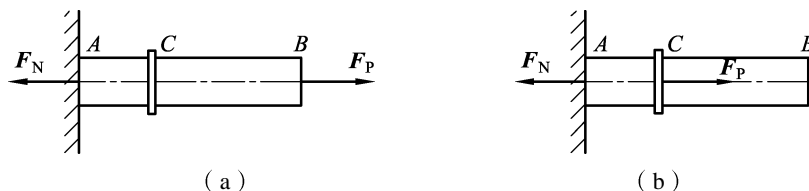


图 1-6 静力等效替换改变了弹性杆的变形和内力

从上述两个例子可以看出，静力等效替换对变形体的影响并不总是相同的。对弹性体而言，静力等效替换将使其变形和内力发生变化。一般地讲，在研究整个弹性体的平衡时，或当我们用截面法假想将弹性体截取出一部分来研究它的平衡时，力系等效原理的应用都是合理的。但当我们的研究涉及弹性体的变形和内力时，在应用截面法以前，原则上不容许静力等效替换。

这里所提到的静力等效替换，是指任何形式的等效力系之间的相互替换，当然也包括后面要讲到的力偶等效替换、力线平移定理等，后文我们将不再重复陈述上面这些结论。

## 1.2 物体的受力分析

### 1.2.1 约束与约束力

在空间的位移不受预加限制的物体称为自由体，例如在空中飞行的飞机、卫星等；而其

位移受到某些预先限制的物体称为**非自由体**，例如沿轨道行驶的火车、转动中的飞轮等。限制物体运动的条件，或者更直观地说，对物体运动施加限制的周围物体称为**约束**。约束是对物体运动强加的限制，这种限制本身与物体运动要遵循的力学规律无关，物体的运动必须是在不破坏约束的前提下遵循力学规律。

约束既然限制了物体的运动，那么约束与被约束物体之间必然存在力的相互作用。我们将约束施于被约束物体的力称为**约束力**。因为约束力阻止物体运动是通过约束与被约束物体之间的相互作用来实现的，那么约束与被约束物体之间必然存在力的相互作用，约束必然承受被约束物体的作用力，同时按照牛顿第三定律给予被约束物体反作用力，即约束力。因此，约束力被认为是一种被动力，有时也称它为**约束反力**。因为约束作用是通过接触来实现的，故约束力也是一种接触力，其作用点在被约束物体上与约束相互接触处。

静力学中常常把力分为**主动力**和**约束力**，**主动力**是指除约束力之外的一切力。工程中也把主动力称为**荷载**。刚体静力学问题往往表现为如何运用平衡条件，根据已知荷载去求未知的约束力，以此作为工程设计和校核的依据。为达此目的，需将工程中常见的约束理想化，归纳为几种基本类型，再分别表明其约束力的特征。

下面是工程中常见约束的基本类型及其约束力的特征。

## 1. 柔 索

工程中的绳索、链条、皮带等物体可简化为**柔索**。理想化的柔索不可伸长，不计自重，且完全不能抵抗弯曲。因此，柔索的约束力是沿绳向的拉力。如图 1-7 所示为两根绳索悬吊一重物，绳索作用于重物的约束力是沿绳向的拉力  $F_1$  和  $F_2$ 。

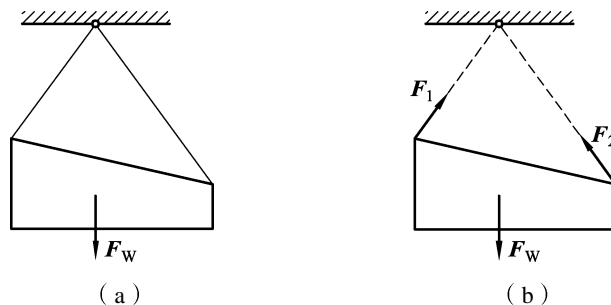


图 1-7 柔索

## 2. 光滑接触面

若两物体的接触面上摩擦力很小而可忽略不计时，该接触面就可简化为**光滑接触面**。这类约束只能阻碍物体沿接触处的公法线方向往约束内部运动，而不能阻碍它在切线方向的运动，也不能阻碍它脱离约束。因此，光滑接触面的约束力沿接触处的公法线方向，作用于接触点，且为压力，如图 1-8 所示。

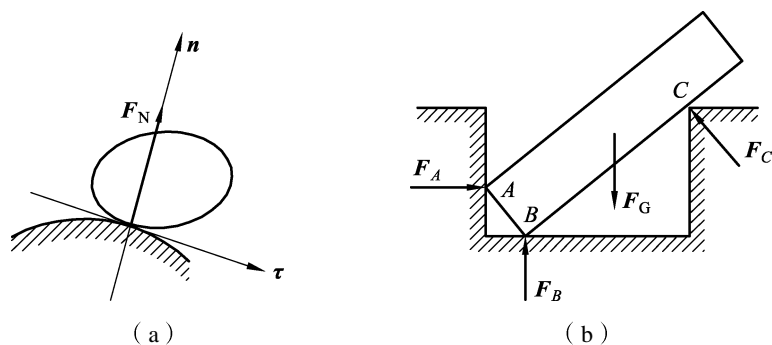


图 1-8 光滑接触面

### 3. 光滑圆柱铰链

如图 1-9 (a) 所示, 用圆柱销钉 3 将两个具有相同圆孔的零件 1 和 2 连接在一起, 并假设接触面是光滑的, 这样构成的约束称为光滑圆柱铰链, 简称铰链。被连接的两个构件可绕销钉轴作相对转动, 但在垂直于销钉轴线平面内的相对移动则被限制。尽管光滑圆柱铰链是由 3 个零件组成的, 但通常我们并不需要单独分析销钉的受力, 为不失一般性, 可以认为销钉与被它连接的其中一个零件是固接在一起的, 而只考虑两个零件之间的相互作用。由于销钉与圆柱孔是光滑曲面接触, 故约束力应在垂直于销钉轴线平面内沿接触处的公法线方向, 即在接触点与圆柱中心的连线方向上, 如图 1-9 (b) 所示。但因为接触点的位置不可预知, 约束力的方向也就无法预先确定。因此, 光滑圆柱铰链的约束力是一个大小和方向都未知的二维矢量  $F_N$ 。在受力分析时, 为了方便起见, 我们常常用两个大小未知的正交分力  $F_x$  和  $F_y$  来表示它。

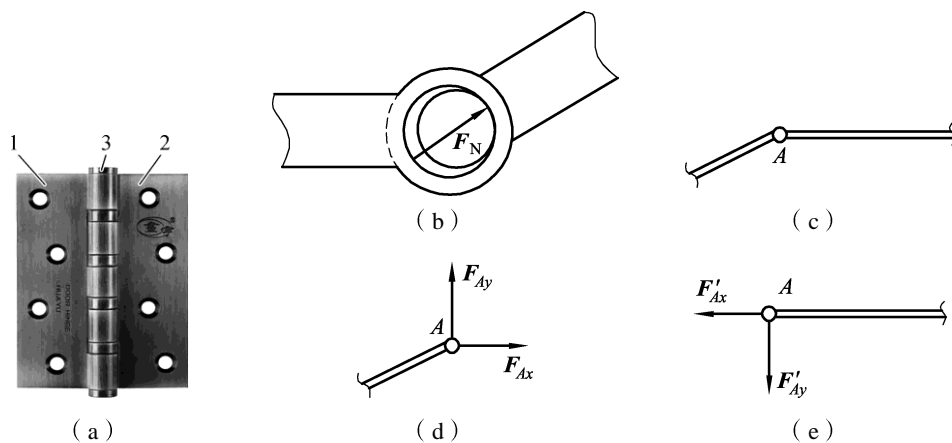


图 1-9 光滑圆柱铰链

连接两个构件的铰链用简图 1-9 (c) 表示, 其约束力如图 1-9 (d) 和 (e) 所示。当铰链连接的两个构件之一与地面或机架固结则构成固定铰链支座, 见图 1-10 (a), 其简图和约束力如图 1-10 (b) 所示。

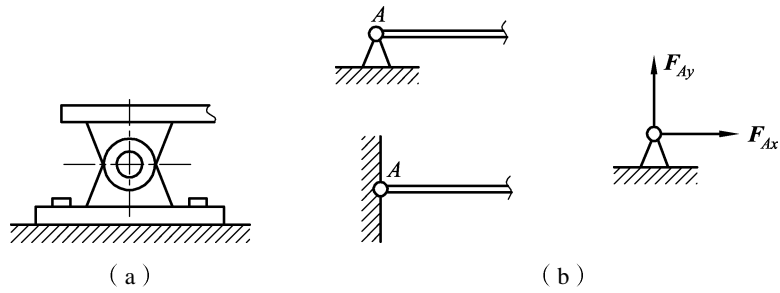


图 1-10 固定铰链支座

#### 4. 光滑球形铰链

固连于构件的小球嵌入另一构件上的球窝内[图 1-11 (a)], 若接触面的摩擦可以忽略不计, 即构成光滑球形铰链, 简称球铰。例如某些汽车变速箱的操纵杆及机床上的工作灯就是用球铰支承的。与铰链相似, 球铰提供的约束力是一个过球心、大小和方向都未知的三维空间矢量  $F_N$ , 常用三个大小未知的正交分力  $F_x$ 、 $F_y$  和  $F_z$  来表示它。球形铰链支座的计算简图和约束力如图 1-11 (b) 所示。

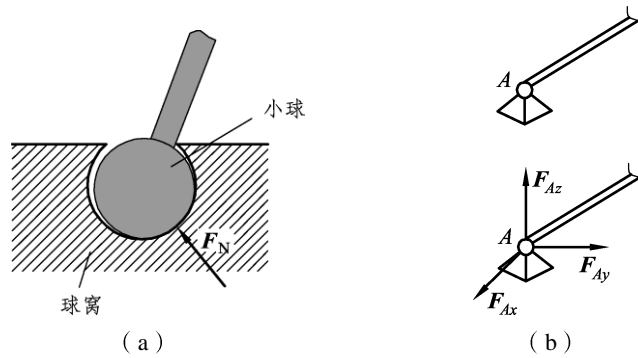


图 1-11 光滑球形铰链

#### 5. 可动铰链支座

在铰链支座与支承面之间装上辊轴, 就构成可动铰链支座或辊轴铰链支座, 如图 1-12 (a) 所示。这种支座不限制物体沿支承面的运动, 而只阻碍垂直于支承面方向的运动。因此, 可动铰链支座的约束力过铰链中心且垂直于支承面, 可动铰链支座的简图和约束力如图 1-12 (b) 所示。

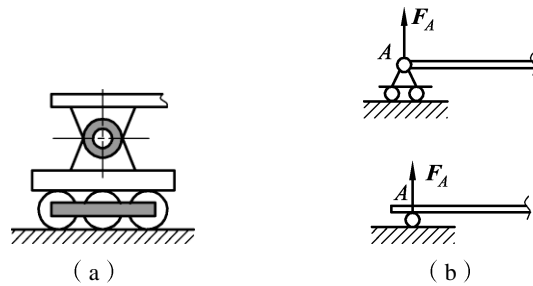




图 1-12 可动铰链支座

## 6. 链 杆

两端用光滑铰链与其他构件连接且中间不受力的刚性轻杆(自重可忽略不计)称为**链杆**。工程中常见的拉杆或撑杆多为链杆约束,如图 1-13 (a) 中的  $AB$  杆。链杆处于平衡状态时是二力杆,根据二力平衡条件,链杆的约束力方向必然沿其两端铰链中心的连线,且大小相等、方向相反[图 1-13 (b)]。

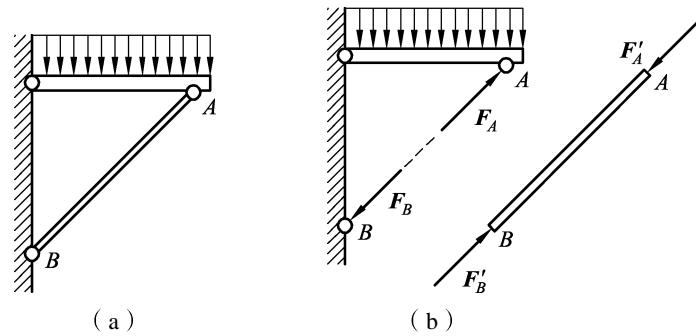


图 1-13 链杆(二力杆)

固定铰链支座可用两根相互不平行的链杆来代替,如图 1-14 (a) 所示;而可动铰链支座则可用一根垂直于支承面的链杆来代替,如图 1-14 (b) 所示。它们是这两种支座在图中的另一种表示方法。

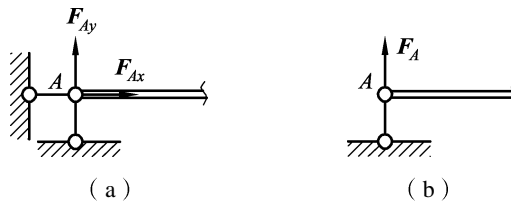
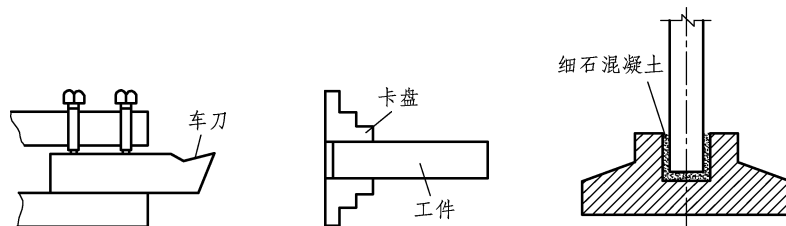


图 1-14 固定铰链支座

## 7. 固定端

物体的一部分嵌固于另一物体的约束称为**固定端约束**,例如夹紧在车床刀架上的车刀[图 1-15 (a)]、固定在车床卡盘上的工件[图 1-15 (b)]、放置在杯形基础中杯口周围用细石混凝土填实的预制混凝土柱[图 1-15 (c)]、深埋的电线杆等。固定端约束的特点是既限制物体的移动又限制物体的转动,即约束与被约束物体之间被认为是完全刚性连接的。



(a) (b) (c)

图 1-15 工程结构中的固定端约束

判断每种约束的约束力未知量个数的基本方法是：观察被约束物体在空间可能的各种独立位移中，有哪几种位移被约束所阻碍。阻碍相对移动的是约束力，阻碍相对转动的是约束力偶。对于任何形式的约束，都可用上述基本方法来确定它究竟存在哪些约束力的分量及约束力偶矩的分量。

在平面荷载的作用下，受平面固定端约束的物体[图 1-16 (a)]既不能在平面内移动，也不能绕垂直于该平面的轴转动，因此平面固定端约束的约束力，可用两个正交分力和一个力偶矩表示[图 1-16 (b)]。与铰链约束相比，固定端约束正是因为多了一个约束力偶，才限制了约束和被约束物体之间的相对转动。

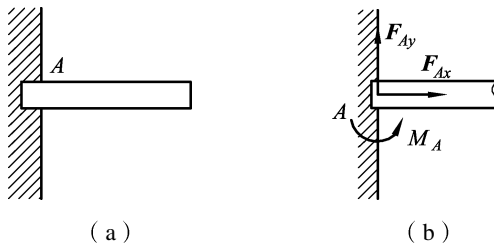


图 1-16 平面固定端约束

### 1.2.2 结构计算简图

建筑物中支承荷载、传递荷载并起骨架作用的部分称为结构，例如在房屋建筑中由梁、板、柱、基础等构件组成的体系。

实际结构很复杂，完全根据实际结构进行计算很困难，有时甚至不可能。工程中常将实际结构简化，略去不重要的细节，抓住基本特点，用一个简化的图形来代替实际结构，这种图形称为结构计算简图。也就是说，结构计算简图是在结构计算中用来代替实际结构的力学模型。结构计算简图应当满足以下基本要求：

- (1) 基本上反映结构的实际工作性能——计算简图要反映实际结构的主要性能。
- (2) 计算简图要便于计算——分清主次，略去细节。从实际结构到结构计算简图的简化，主要包括支座的简化、节点的简化、构件的简化和荷载的简化。

#### 1. 支座的简化

一根两端支承在墙上的钢筋混凝土梁，受到均布荷载  $q$  的作用[图 1-17 (a)]，对这样一个最简单的结构，如果要严格按实际情况去计算是很困难的。因为梁两端所受到的反力沿墙厚的分布情况十分复杂，反力无法确定，内力更无法计算。为了选择一个比较符合实际的计算简图，先要分析梁的变形情况。因为梁支承在砖墙上，其两端均不可能产生垂直向下的移动，但在梁弯曲变形时，两端能够产生转动；整个梁不可能在水平方向移动，但在温度变化时，梁端能够产生热胀冷缩。考虑到以上的变形特点，可将梁的支座作如下处理：通常在一端墙厚的中点设置固定铰（链）支座，在另一端墙厚的中点设置可动铰（链）支座，用梁的轴线代替梁，就得到了如图 1-17 (b) 所示的计算简图。这个计算简图反映了以下特点：梁

的两端不可能产生垂直向下的移动，但可转动；左端的固定铰支座限制了梁在水平方向的整体移动，右端的可动铰支座允许梁在水平方向的温度变形。

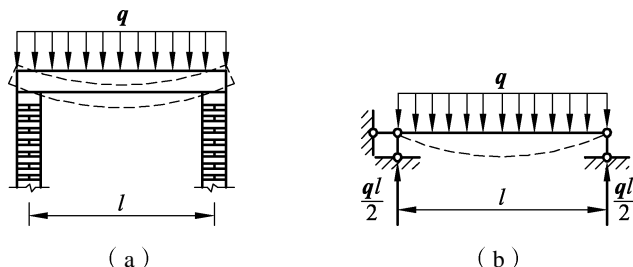


图 1-17 结构简化简图

这样的简化既反映了梁的实际工作性能及变形特点，又便于计算，这就是所谓的简支梁。

假设某住宅楼的外廊，采用由一端嵌固在墙身内的钢筋混凝土梁支承空心板的结构方案[图 1-18 (a)]。由于梁端伸入墙身，并有足够的锚固长度，所以梁的左端不可能发生任何方向的移动和转动。于是将这种支座简化为固定支座，其计算简图如图 1-18 (b) 所示，计算跨度可取梁的悬挑长加纵墙厚度的一半。

预制钢筋混凝土柱插入杯形基础的做法通常有以下两种：杯口四周用细石混凝土填实、地基较好且基础尺寸较大时，可简化为固定支座[图 1-19 (a)]；在杯口四周填入沥青麻丝，柱端可发生微小转动时，则可简化为固定铰支座[图 1-19 (b)]。当地基较软、基础尺寸较小时，图 1-19 (a) 的做法也可简化为固定铰支座。

支座通常可简化为可动铰支座、固定铰支座、固定支座三种形式。

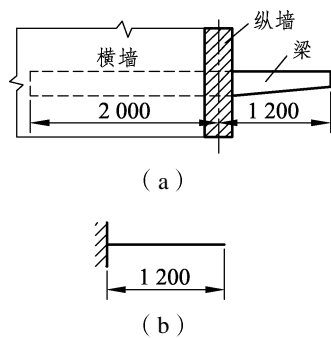


图 1-18\*

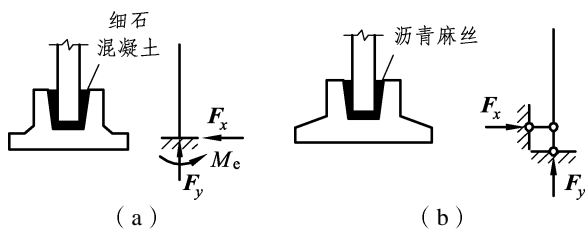


图 1-19

## 2. 节点的简化

结构中两个或两个以上构件的连接处称为节点。实际结构中构件的连接方式很多，在计算简图中一般可简化为铰节点和刚节点两种方式。

(1) 铰节点连接的各杆可绕铰节点作相对转动。铰节点是指相互连接的杆件在连接处不能相对移动，但可相对转动，即可传递力但不能传递力矩。如图 1-20 (a) 所示木屋架的端节

\* 编者按：本书图中尺寸单位，除特别说明者外，均为毫米 (mm)。

点，在外力作用下，两杆间可发生微小的相对转动，工程中将它简化为铰节点[图 1-20 (b)]。

(2) 刚节点连接的各杆不能绕节点自由转动，也不能相对移动，即可传递力和力矩，在钢筋混凝土结构中刚节点容易实现。如图 1-21 (a) 所示为某钢筋混凝土框架顶层的构造，图中梁和柱的混凝土为整体浇筑，梁和柱的钢筋互相搭接，梁和柱在节点处不可能发生相对移动和转动，因此，可把它简化为刚节点[图 1-21 (b)]。

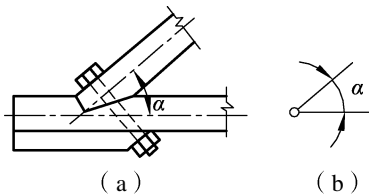


图 1-20

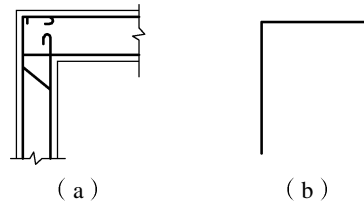


图 1-21

### 3. 构件的简化

构件的截面尺寸通常比长度小得多。在计算简图中构件用其轴线表示，构件之间的连接用节点表示，构件长度用节点间的距离表示。

### 4. 荷载的简化

在工程实际中，荷载的作用方式是多种多样的。在计算简图上通常可将荷载作用在杆轴上，根据其分布情况可简化为集中荷载和分布荷载。

在结构设计中，选定了结构计算简图后，还必须采取相应的措施，以保证实际结构的受力和变形特点与计算简图相符。同时，在按图施工时，必须严格遵守图纸中的各项规定。施工中如疏忽或随意修改图纸，就会使实际结构与计算简图不符，这将导致结构的实际受力情况与计算不符，就可能会出现大的事故。

## 1.2.3 受力分析

研究力学问题时，根据问题的不同要求，首先要选取适当的研究对象。为了弄清研究对象的受力情况，不仅要明确它所受的主动动力，而且还必须把它从周围物体中分离出来，将周围物体对它的作用用相应的约束力来代替。这个过程就是物体的受力分析。

被选取作为研究对象，并已解除约束的物体称为**分离体**。当研究对象包括几个物体时，解除约束是指解除周围物体对它们的全部约束，但不包括这些物体相互之间的联系。画有分离体及其所受的全部主动动力和约束力的图称为**受力图**。画受力图的步骤如下：

- (1) 根据问题的要求选取研究对象，画出分离体的结构简图。
- (2) 画出分离体所受的全部主动动力，一般不要对已知荷载进行静力等效替换。
- (3) 在分离体上每一解除约束的地方，根据约束的类型逐一画出约束力。

在进行受力分析时，要注意到由**牛顿第三定律**所描述的作用力和反作用力之间的关系，即：两个物体之间的作用力和反作用力总是同时存在，且大小相等、方向相反、沿同一直线，并分别作用在两个不同的物体上。

当选取由几个物体所组成的系统作为研究对象时，系统内部的物体之间的相互作用力称

为内力，系统之外的物体对系统内部的物体的作用力称为外力。显然，内力和外力的区分是相对的，完全取决于研究对象的选择。根据作用和反作用公理，内力总是成对出现，且彼此等值、反向、共线。因此系统的内力系的主矢及对任意点的主矩恒等于零，即内力系是一个平衡力系，去掉它并不改变原力系对刚体的作用。因此，在作受力图时不必画出内力。

对研究对象进行受力分析是研究力学问题的关键步骤之一。它看似简单，但只有准确地掌握了基本概念，才有可能正确地进行受力分析。对此，初学者一定要予以足够的重视。

例 1-1 试画出图 1-22 (a) 所示简支梁  $AB$  的受力图。

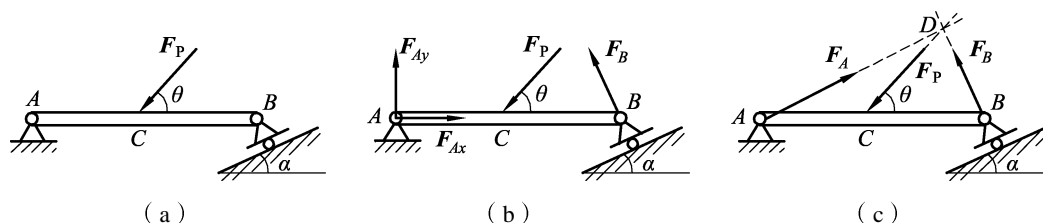


图 1-22

**解** 当梁的一端用固定铰支座而另一端用辊轴支承时称为简支梁，如图 1-22 (a) 所示。简支梁  $AB$  受的主动动力只有  $F_P$ 。在  $A$  端和  $B$  端解除约束： $A$  端为固定铰支座，约束力用两个正交分力  $F_{Ax}$  和  $F_{Ay}$  表示； $B$  端为可动铰支座，约束力垂直于支撑面。梁  $AB$  的受力图如图 1-22 (b) 所示。其中正交分力  $F_{Ax}$  和  $F_{Ay}$  的指向可以任意假定，如果最终某个计算值为负，则表明它的实际方向与假定方向相反。

我们也可用三力平衡汇交定理来确定未知约束力的方向。梁  $AB$  受三力作用而平衡，固定铰支座  $A$  的约束力  $F_A$  的作用线必然要通过  $F_P$  和  $F_B$  作用线的交点  $D$ ，即  $F_A$  沿  $AD$  的连线，如图 1-22 (c) 所示。但是，后面我们将会看到，在很多情况下这样做并不一定比将  $F_A$  表示成两个正交分力来得方便。因此，应用三力平衡汇交定理并不是必须的，应视具体情况而定。

例 1-2 如图 1-23 所示结构为一提升重物的悬臂梁，试画出 (1)  $AB$  梁和 (2) 整体的受力图。

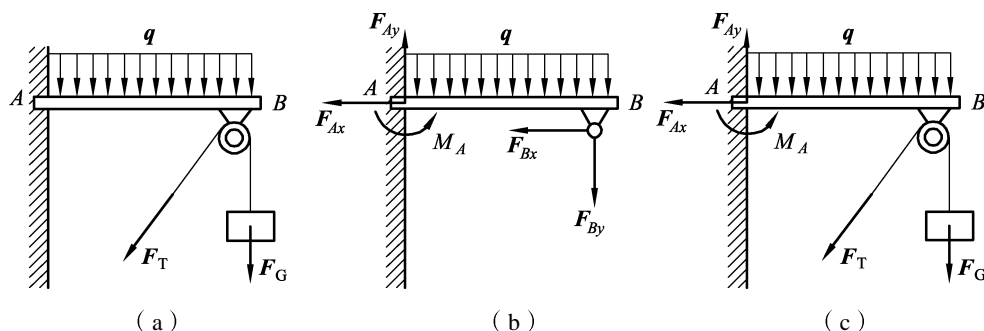


图 1-23

**解** (1)  $AB$  梁的受力图。主动力只有均布荷载  $q$ ，注意不要将其简化为一个集中力。在  $A$  端和  $B$  端解除约束， $A$  端为平面固定端约束， $B$  端为光滑圆柱铰链。分别按其约束的特征

画出约束力，如图 1-23 (b) 所示。其中正交分力  $F_{Ax}$ 、 $F_{Ay}$  和  $F_{Bx}$ 、 $F_{By}$  的指向以及力偶矩  $M_A$  的转向可以任意假定。如果最终某个计算值为负，则表明它的实际方向与假定方向相反。但应注意，这种假定在同一问题的几个不同受力图中必须是一致的。

(2) 整体的受力图。主动力有  $q$ 、 $F_T$  和  $F_G$ ，仅 A 端解除约束，受力图如图 1-23 (c) 所示。

**例 1-3** 三铰拱结构简图如图 1-24 (a) 所示，不计拱的自重。试分别画出 (1) 右半拱、(2) 左半拱和 (3) 整体的受力图。

**解** (1) 右半拱的受力图。由于拱的自重不计，右半拱仅在铰链 B 和 C 处各受一集中力的作用，因此 BC 拱为二力构件。根据二力平衡条件，约束力  $F_B$  和  $F_C$  沿连线 BC，且等值、反向、共线，如图 1-24 (b) 所示。

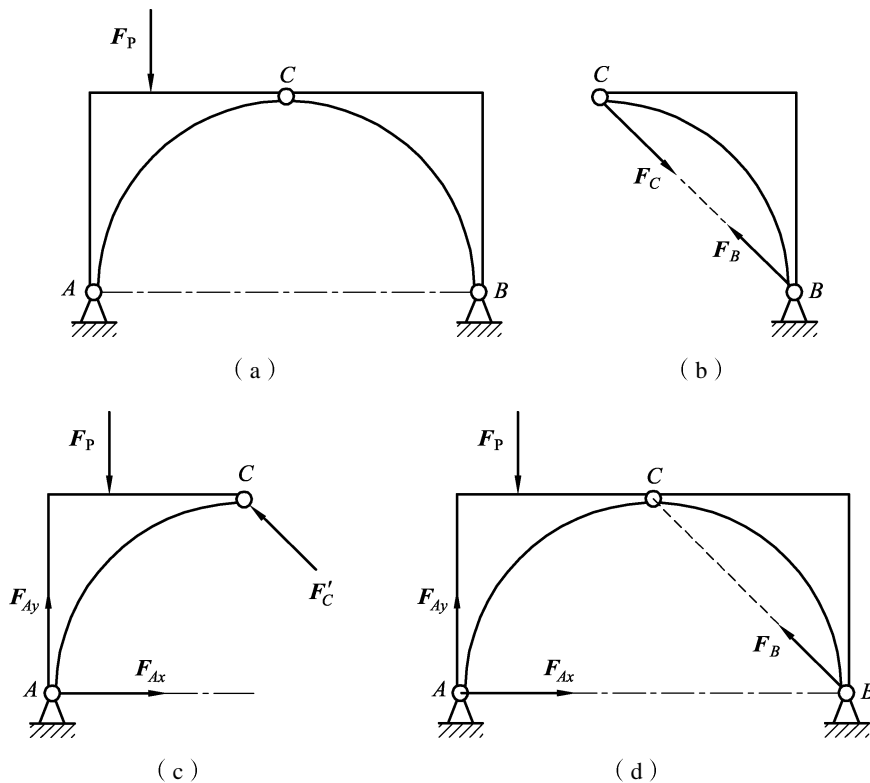


图 1-24

(2) 左半拱的受力图[图 1-24 (c)]。主动力只有荷载  $F_P$ 。在铰链 C 处作用有  $F_C$  的反作用力  $F'_C$ ，根据作用和反作用公理， $F_C$  和  $F'_C$  等值、反向、共线。固定铰链支座 A 的约束力用两个正交分力  $F_{Ax}$  和  $F_{Ay}$  表示。

(3) 整体的受力图[图 1-24 (d)]。此时，在铰链 C 处两个半拱之间的相互作用力  $F_C$  和  $F'_C$  为内力，对整个系统的作用效果相互抵消，因此不必在受力图中画出。

**例 1-4** 某结构如图 1-25 (a) 所示，试画出 (1) 滑轮 B 和重物的受力图、(2) AB 杆的受力图。

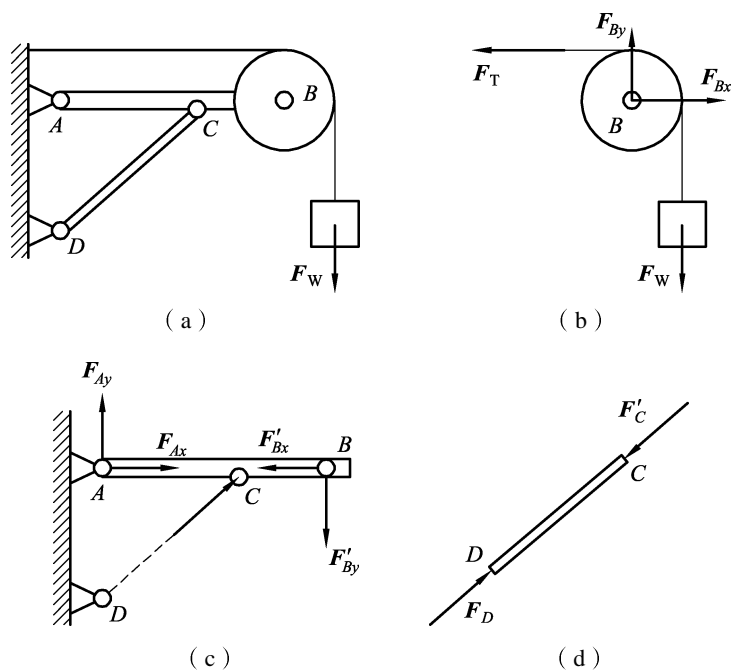


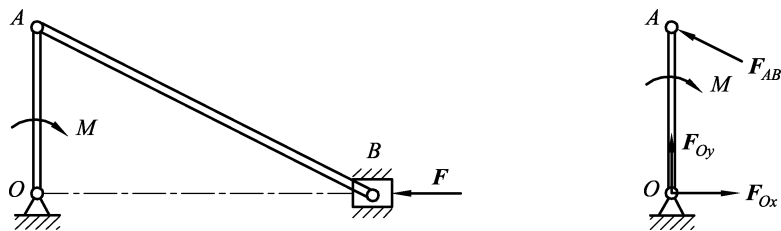
图 1-25

解 (1) 滑轮  $B$  及重物的受力图[图 1-25 (b)]。在滑轮中心铰链  $B$  与  $AB$  杆相连接, 解除约束后, 按铰链约束的特征表示为两个正交分力  $F_{Bx}$  和  $F_{By}$ , 而  $F_T$  为作用于滑轮上沿的绳的拉力。

(2)  $AB$  杆的受力图。 $A$  为固定铰链支座, 约束力为两个正交分力  $F_{Ax}$ 、 $F_{Ay}$ 。 $B$  为连接滑轮的铰链, 作用有正交分力  $F_{Bx}$ 、 $F_{By}$  的反作用力  $F'_{Bx}$  和  $F'_{By}$ 。注意到撑杆  $CD$  是二力杆, 故铰链  $C$  处的约束力  $F_C$  应沿  $CD$  杆方向[图中假设为压力, 见图 1-25 (d)], 而不是用两个正交分力来表示, 如图 1-25 (c) 所示。当事先不能确定链杆是受拉或是受压时, 即二力杆的约束力指向不能确定时, 可以任意假定。如果最终计算值为负, 则表明它的实际方向与假定方向相反。

例 1-5 曲柄连杆机构如图 1-26 (a) 所示, 试分别画出曲柄  $OA$ 、滑块  $B$  和整体的受力图。

解 曲柄  $OA$ 、滑块  $B$  和整体的受力图分别如图 1-26 (b)、(c) 和 (d) 所示。这里要注意到连杆  $AB$  是二力杆, 解除约束后, 两端铰链的约束力  $F_{AB}$  和  $F'_{AB}$  应沿杆向。另外, 滑块  $B$  被约束在滑槽中运动, 接触面是光滑的, 约束力是沿接触处公法线方向的压力。但滑槽上下两侧到底是哪一侧接触可能事先无法确定, 此时约束力  $F_B$  的指向可任意假定, 如果最终计算值为负, 则表明它是在另一侧接触, 实际方向与假定方向相反。



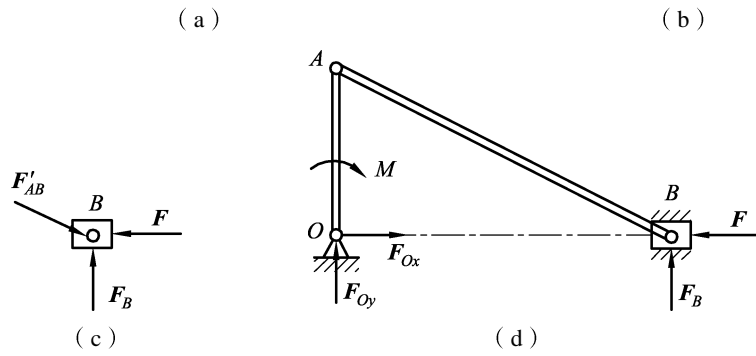


图 1-26

例 1-6 某构架如图 1-27 (a) 所示, 试分别画出 AB、CE、滑轮和整体的受力图。

解 AB、CE、滑轮和整体的受力图分别如图 1-27 (b)、(c)、(d) 和 (e) 所示。

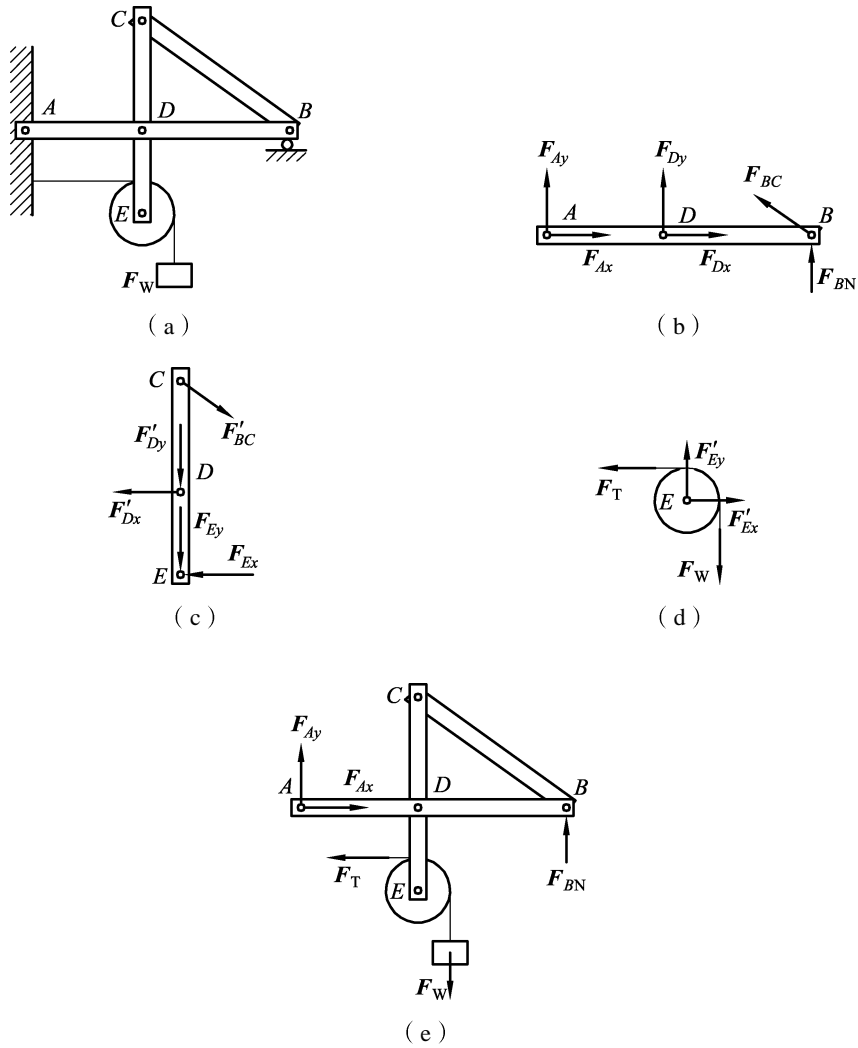


图 1-27



在对分离体进行受力分析时，首先要注意的是约束力与解除约束的地方是一一对应的，而约束力的特征完全取决于约束的类型。我们只需要正确地判断约束的类型，然后严格按照约束的类型去决定约束力，即可正确画出受力图。一定不要凭主观感觉根据主动力臆断。此外，要正确判断二力杆和二力构件，注意作用力和反作用力要配对，内力不要画出。有时也可用三力平衡汇交定理来确定未知约束力的方向，但这并不是在所有问题中都是必须的。

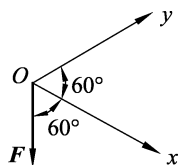
### 思考题

1-1 根据  $\mathbf{F}_1 \cdot \mathbf{r} = \mathbf{F}_2 \cdot \mathbf{r}$ ，或者  $\mathbf{r} \times \mathbf{F}_1 = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_2$ ，能否断定  $\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_2$ ？为什么？

1-2 只有两点受力作用的杆件是否一定是二力杆？为什么？

1-3 刚体受汇交于一点的三个力作用，能否根据三力平衡汇交定理断定此刚体平衡？

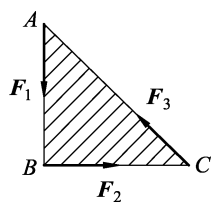
1-4 力  $\mathbf{F}$  在  $xy$  平面内， $x$  轴和  $y$  轴如图所示。试问力  $\mathbf{F}$  在  $x$  轴和  $y$  轴上的投影与其沿  $x$  轴和  $y$  轴方向的分量的大小是否分别相等？若设  $x$  轴和  $y$  轴方向的基矢量分别为  $\mathbf{e}_x$  和  $\mathbf{e}_y$ ，试问力矢量  $\mathbf{F}$  的解析表达式是怎样的？



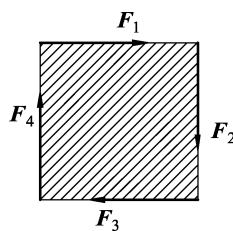
思考题 1-4 图

1-5 等腰直角三角形薄板  $ABC$  的三个顶点上分别作用有大小相等的三个力，如图所示。试问作用于该三角形的力系的主矢是否为零？为什么？

1-6 大小相等的 4 个力作用于正方形的 4 条边上，如图所示。该力系是否为一平衡力系？



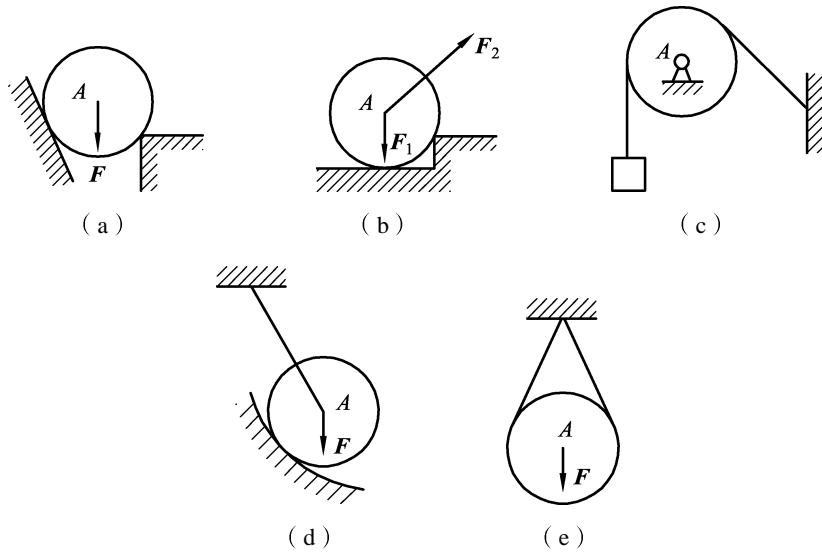
思考题 1-5 图



思考题 1-6 图

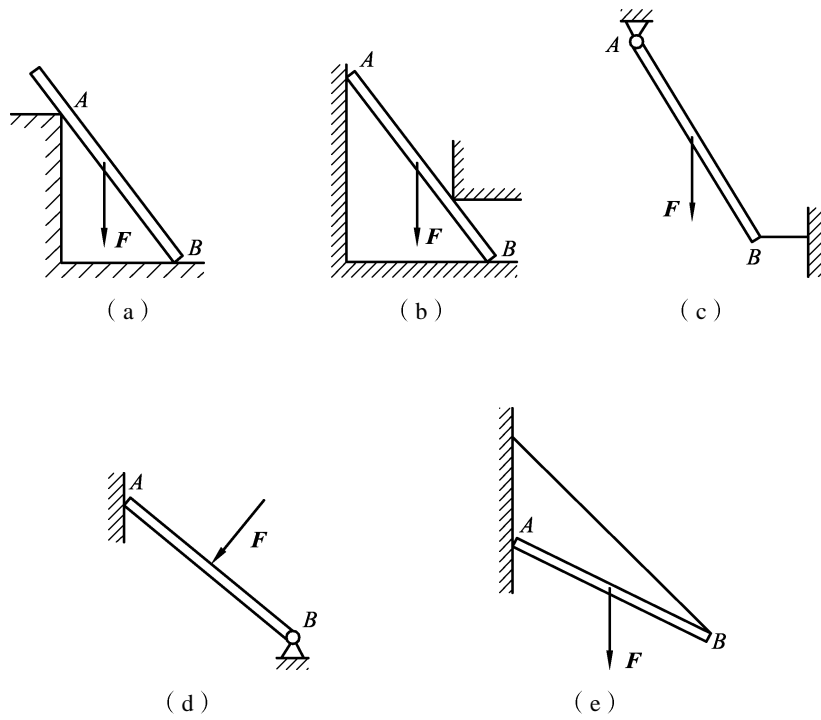
### 习题

1-1 试画出图中各圆柱或圆盘的受力图。与其他物体接触处的摩擦力均略去。



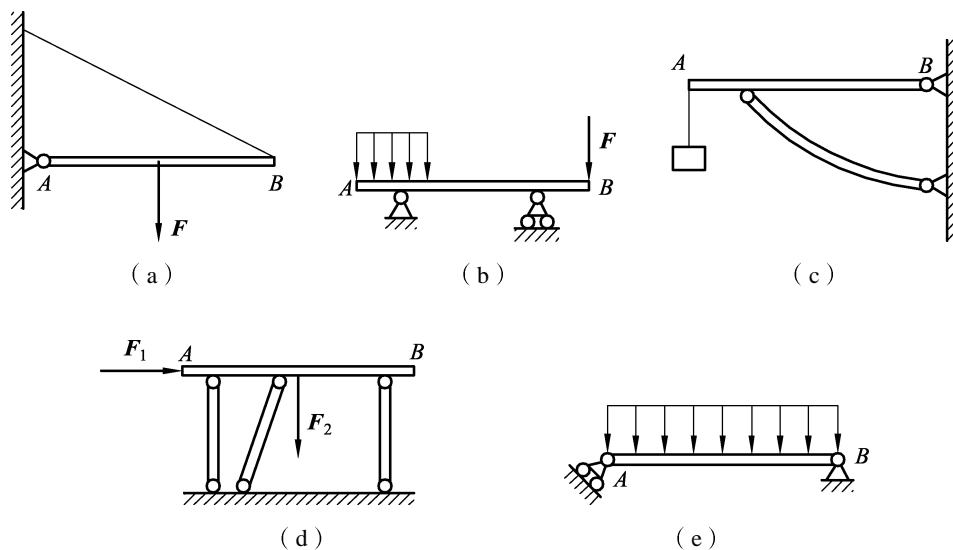
习题 1-1 图

1-2 试画出图中  $AB$  杆的受力图。



习题 1-2 图

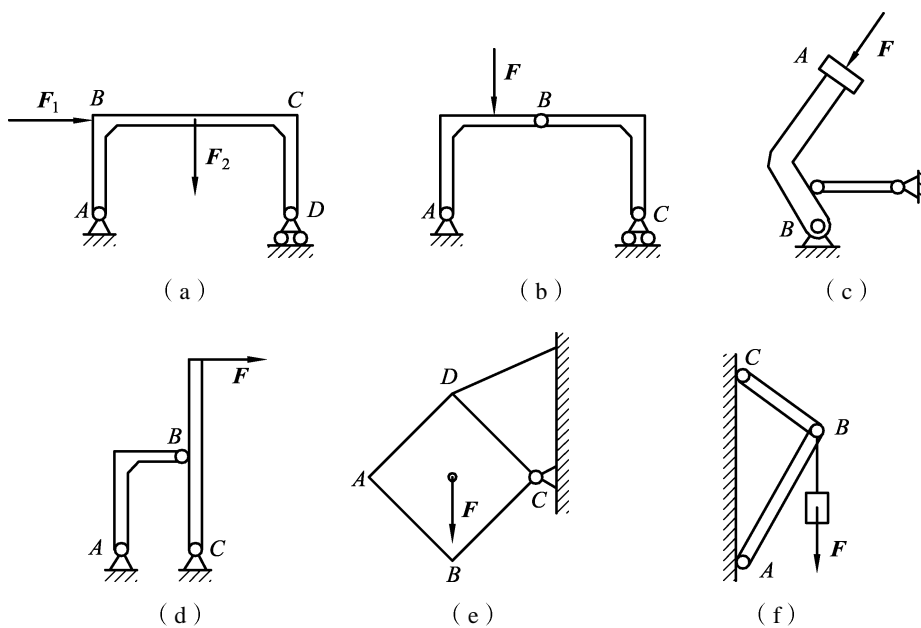
1-3 试画出图中  $AB$  梁的受力图。



习题 1-3 图

1-4 试画出图中指定物体的受力图。

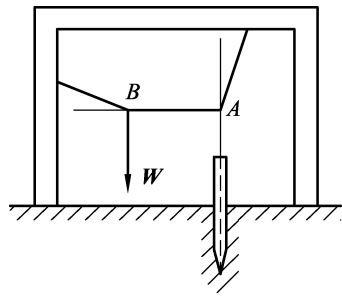
(a) 拱  $ABCD$ ; (b) 半拱  $AB$  部分; (c) 踏板  $AB$ ; (d) 杠杆  $AB$ ; (e) 方板  $ABCD$ ; (f) 节点  $B$ 。



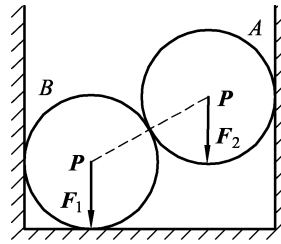
习题 1-4 图

1-5 试画出图中指定物体的受力图。

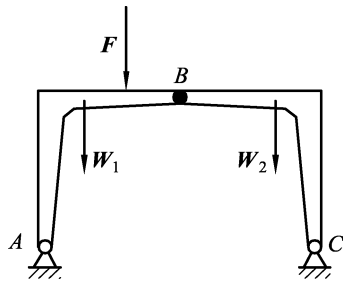
(a) 节点  $A$ , 节点  $B$ ; (b) 圆柱  $A$  和  $B$  及整体; (c) 半拱  $AB$ 、半拱  $BC$  及整体; (d) 杠杆  $AB$ 、切刀  $CEF$  及整体; (e) 秤杆  $AB$ 、秤盘架  $BCD$  及整体。



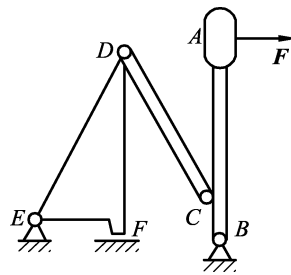
(a)



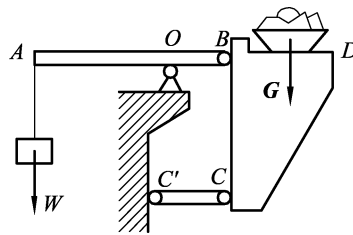
(b)



(c)



(d)



(e)

习题 1-5 图

